Tietojenkäsittelyteoria, kevät 2000
Harjoitus 5, to 24.2. klo 10–12 sali MaD381

1. Osoita, että kieli

$$\text{2SAT} = \{F \mid F \text{ on toteutuva 2cnf-muotoinen lausekalkyylin kaava}\}$$

kuuluu vaativuusluokkaan NLOG $\subseteq$ P. (*Ohje:* Muodosta suunnattu verkko G, jonka solmuina ovat kaavassa F esiintyvät muuttujat ja niiden negaatiot, ja jossa on kaari literaalista α literaaliin β, jos ja vain jos kaava F sisältää tekijänään implikaation $(\alpha \to \beta)$, so. disjunktion $(\neg\alpha \vee \beta)$. Totea, että kaavan F ristiriitaisuus, so. toteutumattomuus, voidaan muotoilla verkon G saavutettavuusongelmana.)

2. (a) Osoita, että kieli

$$\text{EQUIV} = \{\langle F, G\rangle \mid F,\ G \text{ lausekalkyylin kaavoja, } F \equiv G\}$$

kuuluu vaativuusluokkaan Π_1^p = co-NP. (Merkintä “$F \equiv G$” tarkoittaa, että kaavat toteutuvat täsmälleen samoilla muuttujien totuusarvoasetuksilla.)

(b) Osoita edellisen nojalla, että kieli

$$\text{MINIM} = \{F \mid F \text{ lausekalkyylin kaava, } F \not\equiv G \text{ kaikilla kaavoilla } G \text{, joilla } |G| < |F|\ \}.$$

kuuluu luokkaan Π_2^p. (*Lisätieto:* On avoin ongelma, onko kieli MINIM Π_2^p-täydellinen.)

3. Osoita, että kieli

$$\text{QBF} = \{F \mid F \text{ on tosi kvantifioitu lausekalkyylin kaava}\}$$

on PSPACE-täydellinen. (*Vihje:* Todistus perustuu tietenkin Savitchin lauseeseen.)

4. Osoita, että polynomisen hierarkian kaikki luokat Σ_k^p, Π_k^p, $k \geq 1$, sisältävät täydellisiä ongelmia.

5. Määritä jokin yläraja luentojen Lauseessa 3.9 (ii) konstruoidun oraakkelikielen B, jolla $\text{P}(B) \neq \text{NP}(B)$, tunnistamisen aikavaativuudelle.