Tietojenkäsittelyteoria, kevät 2000
Harjoitus 4, to 17.2. klo 10–12 sali MaD381

1. Osoita, että kieli

$$\text{STCON} = \{\langle G, s, t\rangle \mid \text{suunnattu verkko } G \text{ sisältää polun solmusta } s \text{ solmuun } t\}$$

   on NLOG-täydellinen deterministisillä Turingin koneilla logaritmisessa työtilassa laskettavien $\leq_m^{\log}$ -palautusten suhteen. (Miksi tulos ei ole mielenkiintoinen $\leq_m^p$ -palautuksia käyttäen?) *Ratkaisuohje:* Sovella harjoitusten 3 tehtävän 6 konstruktiota.

2. Tarkastellaan polynomisesti aikarajoitettuja oraakkelikoneita. Sanotaan, että kieli A voidaan *polynomisesti Turing-palauttaa* kieleen B, merkitään $A \leq_T^p B$, jos $A \in P(B)$, so. $A = L(M^B)$ jollakin polynomisessa ajassa toimivalla deterministisellä oraakkelikoneella M. Osoita, että luokat P ja PSPACE ovat suljettuja $\leq_T^p$ -palautusten suhteen, mutta luokka NP on näiden suhteen suljettu jos ja vain jos NP = co-NP.

3. Kieli A on *itsepalautuva* (engl. "self-reducible"), jos on olemassa polynomisessa ajassa toimiva oraakkelikone M, jolla

   (i) $A = L(M^A)$;

   (ii) kullakin syötteellä x kone M tekee oraakkelikyselyjä vain merkkijonoista y, joilla $|y| < |x|$.

   Osoita, että

   (a) kielet SAT ja QBF ovat itsepalautuvia (*vihje:* vakiosijoitukset muuttujille);

   (b) jokainen itsepalautuva kieli kuuluu luokkaan PSPACE.

4. Osoita, että kauppamatkustajan ongelma (TSP) on NP-täydellinen muodostamalla palautus HC $\leq_m^p$ TSP. (HC = Hamiltonin kehä -ongelma.)

5. Osoita, että seuraava ongelma on NP-täydellinen:

   Edustajien valinta (engl. Hitting Set): Annettu kokoelma äärellisen perusjoukon S osajoukkoja $C_1, \ldots, C_n$ ja luonnollinen luku $k \leq n$. Voidaanko joukoista C_i valita sellaiset enintään k alkiota, että valittujen alkioiden joukossa on ainakin yksi edustaja kustakin joukosta C_i, $i = 1, \ldots, n$? (Toisin sanoen: onko olemassa sellaista joukkoa $S' \subseteq S$, $|S'| \leq k$, että $S' \cap C_i \neq \emptyset$ kullakin C_i, $i = 1, \ldots, n$?)

   (*Vihje:* Helppo palautus solmupeiteongelmasta (VC).)

6. Etsi kirjallisuudesta (esim. kurssin kotisivun avulla) suuntaamattomien verkkojen väritysongelman (engl. Graph (3-)Colorability, Chromatic Number) NP-täydellisyystodistus ja esitä se omin sanoin.