

T-79.5201 Diskreetit rakenteet, syksy 2006

Kotitehtävät 3 (palautus 20.12. klo 16:00 mennessä)

1. Arvioi kohtuulliseksi katsomallasi tarkkuudella seuraavien generoivien funktioiden kertoimien asymptoottista kasvunopeutta. Perusta arviosi suoraan funktioiden ominaisuuksiin, ratkaisematta ao. kertoimia eksplisiittisesti.

(a) $\text{tgf } a(z) = \frac{1}{(1+2z)(1-2z)^2}$.

(b) $\text{egf } \hat{f}(z) = ze^{z^2}$,

2. Harjoitusten 5 tehtävässä 3 johdettiin egf:t sellaisten permutaatioiden luokille, joissa (a) permutaation kaikki syklit ovat kolmen pituisia ($\hat{a}(z) = e^{z^3/3}$) ja (b) permutaation kaikki syklit ovat parillisen pituisia ($\hat{b}(z) = (1-z^2)^{-1/2}$). Arvioi em. (a)- ja (b)-tyyppisten permutaatioiden lukumääriä suoraan annettujen egf:ien perusteella, ratkaisematta niiden kertoimia eksplisiittisesti.

3. Arvioi kohtuulliseksi katsomallasi tarkkuudella säännöllisen lausekkeen

$$(a \cup b)^* d(a \cup b \cup c)^* d(a \cup b)^*$$

tuottamien n -merkkisten merkkijonojen määrää. Perusta arviosi suoraan lausekkeen perusteella muodostettavan generoivan funktion analyttisiin ominaisuuksiin, ratkaisematta ao. potenssisarjan kertoimia eksplisiittisesti.

4. Arvioi Darboux'n lauseen avulla seuraavien kielioppien tuottamien n -merkkisten merkkijonojen määrää:

(a) $S \rightarrow aSS \mid b \mid c$

(b) $S \rightarrow aSS \mid bS \mid c \mid d$