T-79.5101 Laskennallisen logiikan jatkokurssi **Kevät 2007/IN**
Tentti 16.5.2007

1. (10p)

a) Määrittele, mitä tarkoittaa, että modaalilogiikan lause on pätevä mallijoukossa ja ratkaise tämän pohjalta, päteekö seuraava väite: jos modaalilogiikan lause on pätevä mallijoukossa, jokainen siitä sijoittamalla saatu lause on pätevä samassa mallijoukossa. Perustele vastauksesi.

b) Olkoon P atomilause.
(i) Anna LTL/CTL-malli, jossa CTL-lause $\mathbf{EF}P$ on pätevä mutta LTL-lause $\mathbf{F}P$ ei ole.
(ii) Anna LTL/CTL-malli, jossa LTL-lause $\mathbf{FG}P$ on toteutuva mutta CTL-lause $\mathbf{AFAG}P$ ei ole.

2. (10p) Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Anna taulun perusteella (vasta)malli, kun se on mahdollista. (P ja Q ovat atomilauseita.)

a) $\{\} \models_{\mathbf{K4}} \{\neg\Diamond P\} \Longrightarrow \Box(\Box P \vee \neg\Diamond P)$, missä **K4** on transitiivisten kehysten luokka.

b) Lause $\Box P \rightarrow (P \vee \Diamond\Box P)$ on pätevä jokaisessa mallissa, jossa lause $\Diamond P$ on pätevä.

3. (10p)

a) Insinööri Sörsselsson on kehittänyt joukon uusia todistusmenetelmiä eri modaalilogiikoille. Kehyslogiikalle **KB** hänen menetelmällään voidaan todistaa lause $\Box(\Box P \vee \Box Q) \rightarrow \Diamond\Box(P \vee Q)$, missä **KB** on symmetristen kehysten luokka. Määrittele, mitä tarkoittaa modaalilogiikalle **KB** annetun todistusmenetelmän virheettömyys (soundius). Mitä voit sanoa edellä annetun perusteella menetelmän virheettömyydestä? Perustele vastauksesi.

b) Insinööri Sörsselsson on huolissaan todistusmenetelmiensä täydellisyydestä. Kehyslogiikalle **K4** hänen menetelmällään ei voida todistaa lausetta $\Box P \rightarrow \Box\Diamond\Box P$, missä **K4** on transitiivisten kehysten luokka. Määrittele, mitä tarkoittaa modaalilogiikalle **K4** annetun todistusmenetelmän täydellisyys. Mitä voit sanoa edellä annetun perusteella menetelmän täydellisyydestä? Perustele vastauksesi.

4. (10p)

a) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle b, d\rangle, \langle d, d\rangle, \langle c, e\rangle, \langle e, e\rangle\}$, $v(d, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) = \text{true}$, $v(a, \texttt{ack}) = v(b, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) = \text{false}$, $v(a, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) = \text{true}$, $v(b, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) = \text{false}$.
Anna ne järjestelmän tilat, joissa lause $\neg\mathbf{E}(\top\mathbf{U}\neg(\neg\texttt{req} \vee \mathbf{A}(\top\mathbf{U}\texttt{ack})))$ on tosi.

b) Tutki, onko CTL-lause

$$(P \vee \mathbf{EXEF}P) \rightarrow \mathbf{EF}P$$

on pätevä taulumenetelmällä.

Relaation R ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$
Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \rightarrow sRu)$