

1. Perusoperaattori

$$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P, \text{ joss } \mathcal{M}, t \models P \text{ kaikille } t, \text{ joille } sRt$$

Korvataan $P \neg P$:llä:

$$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}\neg P, \text{ joss } \mathcal{M}, t \models \neg P \text{ kaikille } t, \text{ joille } sRt$$

$$\mathcal{M}, s \not\models \mathbf{AX}\neg P, \text{ joss } \mathcal{M}, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$

$$\mathcal{M}, s \models \neg\mathbf{AX}\neg P, \text{ joss } \mathcal{M}, t \not\models \neg P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$

$$\mathcal{M}, s \models \mathbf{EXP}, \text{ joss } \mathcal{M}, t \models P \text{ jollekin } t, \text{ jolle } sRt$$

Perusoperaattori

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, s \models \mathbf{A}(PUQ), \text{ joss mallissa } \mathcal{M} \text{ kaikille täysille poluille } (s_0, s_1, \dots), \\ s_0 = s, \text{ on olemassa } i \text{ siten, että } \mathcal{M}, s_i \models Q, \text{ ja kaikille } j < i \text{ pätee} \\ \mathcal{M}, s_j \models P \end{aligned}$$

Tehdään korvaukset $P \rightarrow \top, Q \rightarrow P$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, s \models \mathbf{A}(\top UP), \text{ joss mallissa } \mathcal{M} \text{ kaikille täysille poluille } (s_0, s_1, \dots), \\ s_0 = s, \text{ on olemassa } i \text{ siten, että } \mathcal{M}, s_i \models P \text{ ja kaikille } j < i \text{ pätee} \\ \mathcal{M}, s_j \models \top \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, s \models \mathbf{AFP}, \text{ joss mallissa } \mathcal{M} \text{ kaikille täysille poluille } (s_0, s_1, \dots), \\ s_0 = s, \text{ on olemassa } i \text{ siten, että } \mathcal{M}, s_i \models P \end{aligned}$$

Perusoperaattori

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, s \models \mathbf{E}(PUQ), \text{ joss mallissa } \mathcal{M} \text{ on olemassa täysi polku } (s_0, s_1, \dots), \\ s_0 = s, \text{ ja on olemassa } i \text{ siten, että } \mathcal{M}, s_i \models Q \text{ ja kaikille } j < i \text{ pätee} \\ \mathcal{M}, s_j \models P \end{aligned}$$

Tehdään korvaukset $P \rightarrow \top$, $Q \rightarrow P$:

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{E}(\top UP)$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models P$ ja kaikille $j < i$ pätee
 $\mathcal{M}, s_j \models \top$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{EF}P$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{EFP}$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{EF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models \neg P$

$\mathcal{M}, s \not\models \mathbf{EF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} kaikille täysille poluille (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, s \models \neg \mathbf{EF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} kaikille täysille poluille (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AG}P$, joss mallissa \mathcal{M} kaikille täysille poluille (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, ja kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \models P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AFP}$, joss mallissa \mathcal{M} kaikille täysille poluille (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{AF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} kaikille täysille poluille (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, s_i \models \neg P$

$\mathcal{M}, s \not\models \mathbf{AF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, siten, että kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, s \models \neg \mathbf{AF}\neg P$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, siten, että kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, s \models \mathbf{EG}P$, joss mallissa \mathcal{M} on olemassa täysi polku (s_0, s_1, \dots) ,
 $s_0 = s$, siten, että kaikille i pätee $\mathcal{M}, s_i \models P$

2.

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{P}UQ$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models Q$ ja kaikille $j < i$ pätee $\mathcal{M}, x^j \models P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{T}UP$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models P$ ja kaikille $j < i$ pätee $\mathcal{M}, x^j \models \mathbf{T}$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{F}P$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{F}P$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{F}\neg P$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models \neg P$

$\mathcal{M}, x \not\models \mathbf{F}\neg P$, joss kaikille i pätee $\mathcal{M}, x^i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, x \models \neg\mathbf{F}\neg P$, joss kaikille i pätee $\mathcal{M}, x^i \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{G}P$, joss kaikille i pätee $\mathcal{M}, x^i \models P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{P}UQ$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models Q$ ja kaikille $j < i$ pätee $\mathcal{M}, x^j \models P$

$\mathcal{M}, x \models (\neg P)\mathbf{U}(\neg Q)$, joss on olemassa i siten, että $\mathcal{M}, x^i \models \neg Q$ ja kaikille $j < i$ pätee $\mathcal{M}, x^j \models \neg P$

$\mathcal{M}, x \not\models (\neg P)\mathbf{U}(\neg Q)$, joss kaikille i : joko $\mathcal{M}, x^i \not\models \neg Q$, tai on olemassa $j < i$ siten, että $\mathcal{M}, x^j \not\models \neg P$

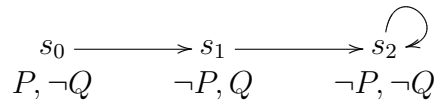
$\mathcal{M}, x \models \neg((\neg P)\mathbf{U}(\neg Q))$, joss kaikille i : jos $\mathcal{M}, x^i \models \neg Q$, niin silloin on olemassa $j < i$ siten, että $\mathcal{M}, x^j \not\models \neg P$

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{P}RQ$, joss kaikille i : jos $\mathcal{M}, x^i \not\models Q$, niin silloin on olemassa $j < i$ siten, että $\mathcal{M}, x^j \models P$

3. Määritellään esim.

$$\begin{array}{ll} v(s_0, P) = \text{true} & v(s_0, Q) = \text{false} \\ v(s_1, P) = \text{false} & v(s_1, Q) = \text{true} \\ v(s_2, P) = \text{false} & v(s_2, Q) = \text{false}, \end{array}$$

jolloin saadaan malli



Nyt täydelle polulle $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \dots)$ pätee

$\mathcal{M}, x \models \mathbf{PUQ}$, koska $\mathcal{M}, x^1 \models Q$ ja $\mathcal{M}, x^j \models P$ pätee kaikille $j < 1$,

mutta $\mathcal{M}, x \not\models \mathbf{QRP}$, koska $\mathcal{M}, x^1 \not\models P$, mutta ei ole olemassa sellaista $j < 1$, jolle pätsi $\mathcal{M}, x^j \models Q$.