

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *malli*, *muuttujaton termi* ja *unifioija*. ($3 \times 2p$)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?
- Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\phi \equiv \psi$ ja $\psi \equiv \chi$, niin $\phi \equiv \chi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$
- (b) $\models \forall y \forall x (R(x, y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \forall x (\exists y R(x, y) \rightarrow P(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y)) \rightarrow \exists y \forall x (P(x) \vee Q(y)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot “”, “ a ”, “ b ”, “ aa ”, “ ab ”, “ ba ”, “ bb ”, ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e , joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa “”, ja yksi-paikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(\text{""})) = a(\text{“}b\text{”}) = \text{“}ab\text{”}$.

- (a) Määrittele predikaatti $P(x) = \text{“kirjaimen } a \text{ esiintymien lukumäärä merkkijonossa } x \text{ on parillinen”}$ predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laitimellesi määritelmälle Σ malli $S \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models P(b(a(b(e)))).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus} [v == x - y].$$