

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-  
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

**Tehtävä 1** (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *jäsennyspuu*, *totuustaulukko* ja *yksikäsitteisten nimien oletamus*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä  $\models \phi$ ?  
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos  $\models \phi \rightarrow \psi$ , niin lausejoukko  $\Sigma = \{\phi, \neg\psi\}$  on toteutumaton. (4p)

**Tehtävä 2** (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a)  $\models (B \rightarrow \neg A) \wedge (B \vee C) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$
- (b)  $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \not\models \forall y Q(y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** (10p) Johda lauseelle

$$\neg \exists x (\exists y \neg R(x, y) \rightarrow \exists z \neg R(z, x))$$

Prenex-normaali muoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko  $S$ ) ja osoita  $S$  toteutumattomaksi resoluutiolla.

**Tehtävä 4** (10p) Esitetään kirjaimista  $a$  ja  $b$  koostuvat merkkijonot “”, “ $a$ ”, “ $b$ ”, “ $aa$ ”, “ $ab$ ”, “ $ba$ ”, “ $bb$ ”, ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista  $e$ , joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa “”, ja yksipaikkaisista funktioista  $a(x)$  ja  $b(x)$ , joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen  $a$  tai  $b$  merkkijonon  $x$  alkuun. Täten  $a(b(e))$  tulkitaan  $a(b(\text{""})) = a(\text{“}b\text{”}) = \text{“}ab\text{”}$ .

- (a) Määrittele predikaatti  $O(x) = \text{“kirjaimen } a \text{ esiintymien lukumäärä merkkijonossa } x \text{ on pariton”}$  predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimillesi määritelmälle  $\Sigma$  malli  $S \models \Sigma$ , jonka perusteella

$$\Sigma \not\models O(a(b(a(e)))).$$

**Tehtävä 5** (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto*  $B_1$  annetusta jälkiehdosta  $B_2$ .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus} [v == x - y].$$