

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 7 (predikaattilogiikka 1.1 – 2.2)
20.–22.3.2007

Kevät 2007

Toinen ajankäyttökysely on auki 16.–23.3. osoitteessa

http://www.cs.hut.fi/cgi-bin/teekysely.pl?action=showform&id=T793001-T-79.3001_2007ajankaytto2

Kaikkiin kyselyihin ajallaan vastaamisesta saa kaksi bonus pistettä tenttiin,
<http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.3001/2007SPR/index.shtml#feedback>.

Harjoitustehtävät

1. Ilmaise seuraavat väitteet predikaattilogiikalla:

- a) Jos kaikki linnut lentävät, ei pingviini ole lintu.
- b) Sisarusten lapset ovat toistensa serkkuja.
- c) On vain yksi oikea joulupukki.

Mitä muotoa lauseet ovat? Piirrä lauseiden syntaksipuut.

2. Esitä seuraavat pingviinin mietteet predikaattilogiikan avulla:

“Pingviinit ovat mustavalkoisia. Jotkut vanhat tv-ohjelmat ovat mustavalkoisia. Näin ollen, jotkut pingviinit ovat vanhoja tv-ohjelmia.”

Anna struktuuri, jossa tämä päättely ei pidä paikkaansa.

3. Graafi muodostuu solmujen joukosta S ja solmujen välisten kaarien $E \subseteq S \times S$ joukosta. Joukko solmuja $P \subseteq S$ on *solmupeitto* (vertex cover) graafille, jos kaikilla $\langle s, s' \rangle \in E$ pätee $s \in P$ tai $s' \in P$. Graafin *peitto-ongelma* on tarkoituksena löytää solmupeitto graafille.

- a) Määrittele graafin peitto-ongelman ratkaisu predikaattilogiikan avulla.
- b) Anna edellisen kohdan lausejoukolle malli ja
- c) struktuuri, jossa se ei toteudu.

Demotehtävät

4. Ilmaise seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

- Jokin porteista on viallinen.
- Tämä algoritmi on kaikista nopein.
- Kaikilla kurssin osanottajilla on työasema käytössään.
- Vain yksi prosesseista voi kirjoittaa kuhunkin tiedostoon kerrallaan.

Mitä muotoa lauseet ovat? Piirrä a)- ja b)-kohtia vastaavat syntaksipuut.

5. Poista tarpeettomat sulut, ilman että lauseen merkitys muuttuu.

- $(\forall y((\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \rightarrow L(y)))$
- $((\exists x(\exists y(P(x,y) \vee Q(y,x)))) \leftrightarrow (\forall x(\neg K(f(x)))))$
- $(\forall x(\forall y(A \wedge B)))$

6. Olkoon predikaattilogiikan kielessä vakiosymboli c , 1-paikkainen funktiosymboli f ja 2-paikkainen funktiosymboli g . Millaisia muuttujattomia termejä näistä voidaan muodostaa.

7. Luennoilla annettiin menettely binääripuiden esittämiseksi funktiosymbolien avulla. Yleistä konstruktio mielivaltaisille puille käyttämällä korkeintaan kolmea vakio- ja funktiosymbolia.

8. Osoita, että jos $\forall x\phi(x)$ on lause ja t on muuttujaton termi, niin $\phi(t)$ on lause.

9. Olkoon universumina $\mathbb{N}^2 = \{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$. Valitse vakiosymbolille c ja funktiosymbolille $f \in \mathcal{F}_1$ tulkinnat siten, että koko universumi tulee nimetyksi.

10. Graafi muodostuu solmujen joukosta S ja solmujen välisten kaarien $K \subseteq S \times S$ joukosta. Graafin solmut s ja s' ovat vierekkäiset, jos niitä yhdistää kaari $(\langle s, s' \rangle \in K)$. Olkoon C jokin värien joukko. Graafin *väritysongelma* on tarkoituksena löytää graafin solmuille värit joukosta C siten, että kaikilla vierekkäisillä solmuilla on eri värit.

- Määrittele graafin väritysongelman ratkaisu predikaattilogiikan avulla.
- Anna edellisen kohdan lausejoukolle malli ja
- struktuuri, jossa se ei toteudu.