

### Harjoitustehtävät

1. Määrittele lauselogiikan konnektiivit konjunktion ( $\wedge$ ) ja negaation ( $\neg$ ) avulla.

2. a) Olkoon  $\mathcal{A} = \{A, C\}$  totuusjakelu. Laske lauseen

$$C \wedge (A \leftrightarrow B) \rightarrow ((A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg A) \rightarrow C)$$

totuusarvo sekä totuustaulukolla että totuusmääritelmän nojalla. Mitä voit tämän perusteella sanoa annetun lauseen pätevyydestä, toteutuvuudesta ja toteutumattomuudesta?

b) Tutki totuustaulukolla päteekö  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$ .

3. Olkoon  $\mathcal{A}$  totuusjakelu. Osoita rakenteellisella induktiolla, että kaikille lauseille  $\phi$  joko  $\mathcal{A} \models \phi$  tai  $\mathcal{A} \not\models \phi$ .

### Demotehtävät

4. Määrittele lauselogiikan konnektiivit

a) aina epätoden lauseen ( $\perp$ ) ja implikaation ( $\rightarrow$ ) avulla, ja

b) Shefferin viivan (opetusmoniste kappale 2.2) avulla.

5. Käy läpi kaikki mahdolliset binäärikonnektiivit (yht. 16) ja anna niille määritelmät lauselogiikan peruskonnektiivien avulla.

6. Olkoon  $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{P}$  ja  $\mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{P}$  kaksi totuusjakelua ja  $\phi \in \mathcal{L}$  lause. Osoita, että jos  $\mathcal{A}_1 \cap \text{At}(\phi) = \mathcal{A}_2 \cap \text{At}(\phi)$ , niin  $\mathcal{A}_1 \models \phi \iff \mathcal{A}_2 \models \phi$ .

7. Olkoon  $\mathcal{A} = \emptyset$  totuusjakelu. Laske lauseen

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$$

totuusarvo

a) totuustaulukolla, ja

b) totuusmääritelmän nojalla.

8. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden yksisuuntaisen kadun risteykseen:

- (i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.
  - (ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaaisesti.
  - (iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.
- a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.
  - b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.
  - c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli ja totuusjakelu, jossa se ei toteudu.
  - d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?

9. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.

- a) Lause  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$  on pätevä.
- b) Lause  $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B))$  on toteutumaton.
- c) Lauseet  $A \leftrightarrow B$  ja  $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$  ovat loogisesti ekvivalentteja.
- d)  $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$ .