

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 10 (predikaattilogiikka 5.1 – 5.4)
17.–19.4.2007

Kevät 2007

Kolmas ajankäyttökysely on auki 13.–20.4. osoitteessa

http://www.cs.hut.fi/cgi-bin/teekysely.pl?action=showform&id=T793001-T-79.3001_2007ajankaytto3

Kaikkiin kyselyihin ajallaan vastaamisesta saa kaksi bonus pistettä tenttiin,
<http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.3001/2007SPR/index.shtml#feedback>.

Harjoitustehtävät

1. Osoita semanttisella taululla, ettei allaoleva päättely pidä paikkaansa.

“Pingviinit ovat mustavalkoisia. Jotkut vanhat tv-ohjelmat ovat mustavalkoisia. Näin ollen, jotkut pingviinit ovat vanhoja tv-ohjelmia.”

2. Olkoon R kaksipaikkainen predikaattisymboli, jonka tulkintana on relaatio $R^S \subseteq U \times U$ (joukko U on struktuurin S universumi). Alla on taulukko lauseista, jotka määrittelevät relaatiolle R^S erilaisia ominaisuuksia.

Ominaisuus	Määritelmä
refleksiivisyys	$\forall x R(x, x)$
irrefleksiivisyys	$\forall x \neg R(x, x)$
symmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
asymmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$
transitiivisyys	$\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$
sarjallisuus	$\forall x \exists y R(x, y)$

Osoita semanttisella taululla että irrefleksiivinen ja transitiivinen relaatio on myös asymmetrinen.

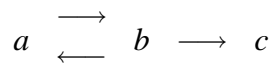
3. Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla ja osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.
4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Demotehtävät

4. *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnattuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \dots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y) =$ “solmusta x on kaari solmuun y ” avulla.

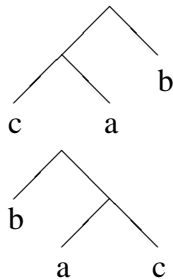
1. Määrittele predikaatit $R_n(x, y) =$ “solmusta x on kaarien suuntainen reitti solmuun y siten, että reitillä on n kappaletta kaaria”, kun n saa arvot $0, 1, 2, \dots, k$. Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia K .



2. Osoita semanttisella taululla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien R_2 ja R_3 määritelmistä seuraa loogisesti

$$\exists x(R_2(x, x) \wedge R_3(x, c)).$$

5. Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



- a) Tarkoittakoon predikaatti $PK(x, y)$, että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

- b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

6. Kvanttorilla $\exists!x$ tarkoitetaan, että “on olemassa vain yksi x ”. Väittämä $\exists!x\phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x\phi(x)) \wedge (\forall x\forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.
4. On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.