

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *jäsennyspuu*, *vapaa muuttujaesiintymä* ja *yksikäsitteisten nimien oletamus*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\models \phi \rightarrow \psi$ ja $\models \neg\phi \rightarrow \neg\psi$, niin $\phi \equiv \psi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\not\models (\neg A \leftrightarrow B \vee C) \leftrightarrow (A \leftrightarrow \neg B \vee \neg C)$
- (b) $\models \exists x \forall y Q(x, y) \rightarrow \forall y \exists x Q(x, y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg \forall x \exists y (\exists z R(x, z) \rightarrow \exists v R(y, v))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään mikä tahansa kirjaimista a , b ja c muodostuva äärellinen merkkijono yksipaikkaisten funktiosymbolien a , b ja c sekä tyhjää merkkijonoa tarkoittavan vakiosymbolin e avulla. Näin esim. termi $a(x)$ tarkoittaa merkkijonoa, joka alkaa kirjaimella a ja jatkuu merkkijonona x , ja merkkijonon “*baba*” esitykseksi saadaan muuttujaton termi $b(a(b(a(e))))$.

- (a) Määrittele predikaatti $L(x, y)$ = “merkkijono x edeltää sanakirjajärjestyksessä aidosti merkkijonoa y ” siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimellesi määritelmälle Σ malli $S \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x \exists y (L(x, y) \wedge L(y, x)).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolauseelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Divide:

$$v = 0 ; z = x ; \text{while}(z \geq y) \{ z = z - y ; v = v + 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Divide} [v == x / y],$$

missä x / y on osamäärän kokonaisosa jaettaessa x y :llä.