T-79.194 Tietojenkäsittelyteorian seminaari

Janne Lindqvist

Esitelmä kirjan kappaleen 5 alkupuolesta, sivut 135 - 155

Aiheena ”local consistency”

Mitä?

- 5 Local consistency notions
- 5.1 Node consistency
- 5.2 Arc consistency
- 5.3 Hyper-arc consistency
- 5.4 Directional arc consistency
- 5.5 Path Consistency

Node consistency

- Määritelmä 5.1: CSP on solmukonsistentti, jos
  - jokaista muuttujaa x koskeva unaarinen rajoite on yhtä pitävä (coincides) x:n alueen kanssa
- CSP, jolla ei ole yhtään unaarista rajoitetta on solmukonsistentti

Node consistency esimerkki tai esimerkkejä?

- solmukonsistenssi ei edellytä konsistenssia ja päinvastoin
- esimerkiksi CSP $< x = 0, y = 0; x \in N, y \in N >$

NODE CONSISTENCY sääntö

$$\frac{< C; x \in D >}{< C; x \in C \cap D >} \tag{1}$$

- Huomio 5.3 CSP on solmukonsistentti jos ja vain jos se on suljettu NODE CONSISTENCY säännön sovelluksille

Arc consistency

- Oletetaan binaari-rajoite C muuttujille x,y alueilla D_x and D_y, toisin sanoen $C \subseteq D_x \times D_y$
- Kutsumme C:tä kaarikonsistentiksi, jos
  - kaikille $a \in D_x$, on olemassa $b \in D_y (a, b) \in C$
  - kaikille $b \in D_x$, on olemassa $a \in D_y (a, b) \in C$
- CSP on kaarikonsistentti, jos kaikki sen binaarirajoitteet ovat kaarikonsistentteja
- CSP, jolla ei ole ollenkaan binaarirajoitteita on kaarikonsistentti

Arc consistency esimerkkejä

- CSP $< x < y; x \in [5..10], y \in [3..7] >$
- CSP $< x = y, x \neq y; x \in a, b, y \in a, b >$
- kaarikonsistenssi ei edellytä konsistenssia ja päinvastoin

ARC CONSISTENCY säännöt 1 ja 2

ARC CONSISTENCY 1

$$\frac{< C; x \in D_x, y \in D_y >}{< C; x \in D'_x, y \in D_y >} \tag{2}$$

missä $D'_x := a \in D_x | \exists b \in D_y (a, b) \in C$

ARC CONSISTENCY 2

$$\frac{< C; x \in D_x, y \in D_y >}{< C; x \in D_x, y \in D'_y >} \tag{3}$$

missä $D'_y := b \in D_y | \exists a \in D_x (a, b) \in C$

ARC CONSISTENCY säännöt 1 ja 2

- Huomio 5.6 CSP on kaarikonsistentti jos ja vain jos se on suljettu ARC CONSISTENTY sääntöjen 1 ja 2 sovelluksille

Hyper-arc consistency

- Määritelmä 5.7 Oletetaan rajoite C muuttujille $x_1, ..., x_k$ joilla alueet $D_1, ..., D_k$, toisin sanoen $C \subseteq D_1 \times ... \times D_k$
- Kutsumme C:tä hyperkaarikonsistensiksi jos jokaiselle $i \in [1..k]$ ja $a \in D_i$ on olemassa $d \in C$ siten että $a = d[x_i]$.
- Kutsumme CSP:tä hyperkaarikonsistentiksi jos kaikki sen rajoitteet ovat hyperkaarikonsistentteja.

HYPER-ARC CONSISTENCY sääntö

HYPER-ARC CONSISTENCY

$$\frac{< C; x_1 \in D_1, ..., x_k \in D_k >}{< C; x_1 \in x_1 \in D_1, ..., x_{i-1} \in D_{i-1}, x_i \in D'_i, x_{i+1} \in D_{i+1}, ..., x_k \in D} \quad (4)$$

missä $D'_i := a \in D_i | \exists d \in Ca = D[x_i]$

- Huomio 5.9 CSP on hyperkaarikonsistentti jos ja vain jos se on suljettu HYPER-ARC CONSISTENCY säännön sovelluksiksille.

Directional Arc Consistency

- Oletetaan lineaarinen järjestys $\prec$ käsiteltäville muuttujille
- Oletetaan binaarirajoite C muuttujille x,y alueilla D_x ja D_y
- Kutsumme C:tä suuntaisesti kaarikonsisteksi $\prec$ suhteen, jos
  - kaikilla $a \in D_x$ on olemassa $b \in D_y (a, b) \in C$ mikäli $x \prec y$
  - kaikilla $b \in D_y$ on olemassa $a \in D_x (a, b) \in C$ mikäli $y \prec x$
- Kutsumme CSP:tä suuntaisesti kaarikonsisteksi $\prec$ suhteen, jos kaikki sen binaarirajoitteet ovat...

Directional arc consistency esimerkki

¡$x < y; x \in [2..10], y \in [3..7]$¿

CSP määritelmiä

- Määritelmä 5.14 Kutsumme CSP:tä P normalisoiduksi jos jokaista sen muuttujien osajonoa x,y kohti on olemassa korkeintaan yksi rajoite P:ssä.
- Merkitään $C_{x.y}$ jos on olemassa yksittäinen rajoite normalisoidun CSP:n muuttujien osajonolle x,y TAI jos uniikkia rajoitetta ei ole olemassa merkinällä tarkoitetaan x,y:n relaatiota joka on vastaavat kuin muuttujien x ja y alueiden karteesinen tulo.

CSP määritelmiä

- Kutsumme CSP:tä P standardisoiduksi jos jokaiselle muuttujaparille x,y on olemassa uniikki rajoite
- Kutsumme CSP:tä P tavanomaiseksi (regular) jos jokaista sen jokaiselle muuttujajonolle X on olemassa uniikki rajoite. Merkitään tälläistä rajoitettu C_X
- Jokainen CSP on ekvivalentti edellä määriteltyjen kaltaisille CSP:eille.

Relaatiomääritelmiä

- $R^T := (b, a) | (a, b) \in R$, R:n transposition
- $R \cdot S := (a, b) | \exists c((a, c) \in R, (c, b) \in S)$, R:n composition

Path consistency

- Huomio 5.19 Normalisoitu CSP on polkukonsistentti joss jokaiselle muuttujien osajonolle x, y, z on olemassa
  - $C_{x,y} \subseteq C_{x,z} \cdot C^T_{y,z}$
  - $C_{x,z} \subseteq C_{x,y} \cdot C_{y,z}$
  - $C_{y,z} \subseteq C^T_{x,y} \cdot C_{x,z}$

PATH CONSISTENCY säännöt

PATH CONSISTENCY 1

$$\frac{C_{x,y}, C_{x,z}, C_{y,z}}{C'_{x,y}, C_{x,z}, C_{y,z}} \tag{5}$$

missä rajoite $C'_{x,y} := C_{x,y} \cap C_{x,z} \cdot C^T_{y,z}$

PATH CONSISTENCY 2

$$\frac{C_{x,y}, C_{x,z}, C_{y,z}}{C_{x,y}, C'_{x,z}, C_{y,z}} \tag{6}$$

missä rajoite $C'_{x,z} := C_{x,z} \cap C_{x,y} \cdot C_{y,z}$

PATH CONSISTENCY säännöt

PATH CONSISTENCY 3

$$\frac{C_{x,y}, C_{x,z}, C_{y,z}}{C_{x,y}, C_{x,z}, C'_{y,z}} \tag{7}$$

missä rajoite $C'_{y,z} := C_{y,z} \cap C^T_{x,y} \cdot C_{x,z}$

Huomio 5.21 Normalisoitu CSP on polkukonsistentti joss se on suljettu PATH CONSISTENCY sääntöjen sovelluksille.

Path consistency yleistäminen

- Polkukonsistenssi voidaan yleistää m-polkukonsistentiksi, mutta se ei tuo meille mitään uutta.