

T-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 05.05.2003 / Haanpää

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.

1. (6 p.) rank ja unrank
 - (a) (2 p.) Määrittele leksikografinen järjestys n -alkioisen joukon osajoukoille (merk. $<_{\text{lex}}$). Laske osajoukon $\{2, 4, 5\} \subset \{1, 2, \dots, 7\}$ rank ($n = 7$).
 - (b) (3 p.) Määrittele leksikografinen järjestys n -alkioisen joukon k -osajoukoille (merk. $<_{\text{klex}}$). Laske 3-osajoukon $\{2, 4, 5\} \subset \{1, 2, \dots, 7\}$ rank ($n = 7$, $k = 3$).
 - (c) (1 p.) Kun $|S| = |T|$ ja $S, T \subset \{1, \dots, n\}$, onko niin, että $S <_{\text{lex}} T$ jos ja vain jos $S <_{\text{klex}} T$?
2. (6 p.) Peräytyvä haku. Mitä on peräytyvä haku, millaisiin ongelmiin se so-
pii ja millaisia seikkoja kannattaa huomioida peräytyvää hakua laadittaessa?
Sisällytä vastaukseen kuvaava esimerkki.
3. (6 p.) Paikallinen haku. Tentin toisella sivulla on hahmoteltu kaksi hakual-
goritmiä ja kaksi naapuristoheuristiikkaa. Heuristiikkakuvauksissa x on jokin
ratkaisu, $N(x)$ on ratkaisun x naapuristo, f on minimoitava kohdefunktio, h
on käytettävä naapuristoheuristiikka ja $\text{rnd}(0 \dots 1)$ on tasajakautunut satun-
naisluku r väliltä $0 \leq r < 1$. Oletetaan lisäksi, että kaikilla x ja y pätee, että
 $x \in N(y)$ ja että $x \in N(y)$ jos ja vain jos $y \in N(x)$.
 - (a) (4 p.) Tarkastele kaikkia neljää tapaa (1a, 1b, 2a, 2b) yhdistellä yksi
hakualgoritmi ja yksi naapuristoheuristiikka, kuvaa yhdistelmien toimin-
taa ja arvioi niiden käyttökelpoisuutta optimoinnissa. Mitkä yhdistelmistä
tunnetaan jollakin nimellä?
 - (b) (2 p.) Valitse jokin edellisistä neljästä yhdistelmästä ja kuvaa, miten si-
tä pitäisi täydentää, jotta syntyisi tabu-haku. Mitä muutoksilla pyritään
saamaan aikaan?
4. (6 p.) Steinerin kolmikkojärjestelmä $\text{STS}(v)$ on joukkojärjestelmä (X, B) , mis-
sä $X = \{1, \dots, v\}$ ja B koostuu X :n 3-osajoukoista B_1, \dots, B_b , joita kutsutaan
lohkoiksi. Jokainen X :n 2-osajoukko sisältyy täsmälleen yhteen lohkoon.
 - (a) (3 p.) Osoita, että $\text{STS}(v)$ voi olla olemassa vain, jos $v \equiv 1 \pmod{6}$ tai
 $v \equiv 3 \pmod{6}$. ($\text{STS}(v)$ myös on olemassa silloin, mutta sitä ei tarvitse
todistaa.)
 - (b) (3 p.) Anna $\text{STS}(7)$ luettelemalla sen lohkot. Vihje: on olemassa $\text{STS}(7)$,
jonka automorfismiryhmään sisältyy permutaation $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ gene-
roima syklinen ryhmä. Permutaatioiden ajatellaan permutoivan perusjou-
kon pisteitä.

$T = T_0$
 $\alpha = 0.999$
 x valitaan satunnaisesti
 repeat 10000 times:
 $y = h(x)$
 if $\text{rnd}(0 \dots 1) < \exp\left(\frac{f(x)-f(y)}{T}\right)$:
 $x = y$
 $T = \alpha T$

(a) Hakualgoritmi 1

x valitaan satunnaisesti
 repeat 10000 times:
 $y = h(x)$
 $x = y$

(b) Hakualgoritmi 2

$h(x)$:
 palauta satunnainen $y \in N(x)$

(c) Naapuristoheuristiikka a

$h(x)$:
 palauta $x' \in N(x)$, jolla $f(x')$ on pienin

(d) Naapuristoheuristiikka b

Kuva 1: Heuristiikkoja