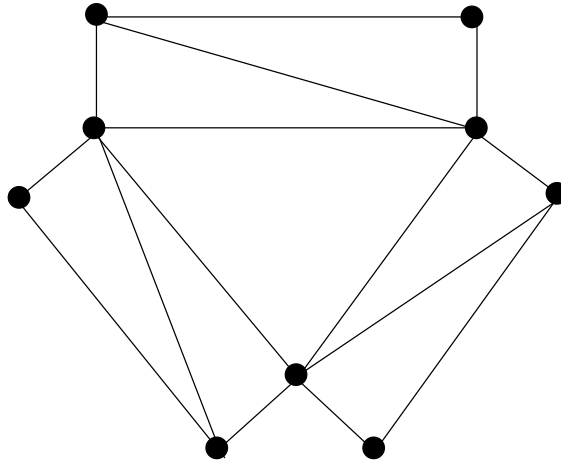


Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

- (6p.) Olkoon perusjoukko $S = \{1, 2, \dots, n\}$. Tarkastellaan tämän joukon osajoukkoja, joissa on k alkioita. Ensimmäisen osajoukon sijaluku (rank) on 0 kaikissa järjestyksissä. Olkoot $n = 13$ ja $k = 4$.
 - Mikä on osajoukkojen lukumäärä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku leksikografisessa järjestyksessä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä, kun $n = 32$?
- (4p.) Ensimmäisen kotitehtävän bonustehtävässä tuli esittää graafi, jonka automorfismiryhmän kertaluku on 3 (full automorphism group). Eräs mahdollinen vastaus on kuvassa 1.



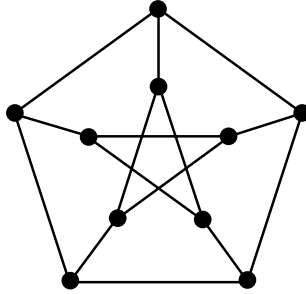
Kuva 1: Esimerkkigraafi.

Esitä, miten mielivaltaiselle positiiviselle kokonaisluvulle n voidaan konstruoida graafi, jonka automorfismiryhmän kertaluku on n . Vastaus voi (ja sen tulee) käsitellä useita konstruktioita, joista valitaan sopiva muuttujan n arvon perusteella.

- (4p.) Laskuharjoituksista: Petersenin graafi on ns. $(3, 5)$ -häkki (cage). Yleisesti (k, n) -häkki on solmujen määrältään pienin graafi, jonka kaikkien solmujen

asteluku on k ja jonka lyhimmän syklin pituus on n (a k -regular graph of girth n).

Todista, että $(k, 5)$ -häkissä on oltava vähintään $k^2 + 1$ solmua.



Kuva 2: Petersenin graafi.

4. (4p.) Määrittele lyhyesti seuraavat ongelmaluokat:
 - (a) maximum clique,
 - (b) exact cover,
 - (c) traveling salesman,
 - (d) rational knapsack.
5. (6p.) Esitä perusteellisesti simuloitu jäähtytys -menetelmä (simulated annealing).