

Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

1. (6p.) Minkälaisia kombinatorisia objekteja seuraava kurssikirjan algoritmi enumeroi? Mitä tarkoitetaan kombinatoristen objektien enumeroinnissa käsitteellä *minimaalinen muutos* (minimal change)? Mitä hyötyä siitä on? Onko annetulla algoritmilla tämä ominaisuus? Mikä on parametrin `int *flag` merkitys algoritmissa? Perustele vastauksesi.

```
void algorithm(int n,tab pi,int *flag)
{
  int h,i,j,t;
  pi[0] = 0;
  i = n-1;
  while (pi[i+1] < pi[i])
    i = i-1;
  if (i == 0)
    (*flag) = false;
  else
  {
    (*flag) = true;
    j = n;
    while (pi[j] < pi[i])
      j = j-1;
    t = pi[j];
    pi[j] = pi[i];
    pi[i] = t;
    for(h=i+1;h<=n;h=h+1)
      rho[h] = pi[h];
    for(h=i+1;h<=n;h=h+1)
      pi[h] = rho[n+i+1-h];
  }
}
```

2. (6p.) Määrittele kombinatorisen objektin *invariantti* (invariant) ja *sertifikaatti* (certificate). Miten näitä voidaan käyttää hyväksi objektien isomorfisuusteissa? Mainitse kaksi graafin invarianttia.
3. (6p.) Esitä perusteellisesti tabuhaku-menetelmä (tabu search). Esitä jokin mielekäs kustannusfunktio, naapuristo ja tabulista seuraavalle kombinatoriselle optimointiongelmalle: Graafin väritys n :llä värillä s.e. naapurisolmuilla on eri väri.

4. (6p.) Laskuharjoituksista: Neliö jaetaan yhdeksään pikkuneliöön. Kaksi väritystä samaistetaan, jos toinen saadaan ensimmäisestä kiertämällä ja/tai peilaamalla koko neliötä. Luettele annetun kuvion symmetriaryhmän permutaatiot (perusjoukkona pikkuneliöiden indeksit). Onko ryhmä syklinen? Esitä mahdollisimman pieni ryhmän generaattorijoukko. Laske Burnsiden lemmän avulla kuinka monella eri tavalla voidaan värittää 5 pikkuneliötä?

0	1	2
3	4	5
6	7	8