

## Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

**Sallitut apuvälineet:** Laskin, kurssikirja, kopiot luentokalvoista. (ei laskuharjoitustehtävät)

- (9p.) Piirrä kaikki ei-isomorfiset kytketyt graafit joilla on neljä solmua. Numeroi solmut niin, että kuuden graafin automorfismiryhmät ovat seuraavat (ja yhdistä oikeisiin ryhmiin). Identiteettipermutaatio on  $e$ .
  - $\{e, (1, 4)(2, 3)\}$ ,
  - $\{e, (1)(2, 3, 4), (1)(2, 4, 3), (1)(2)(3, 4), (1)(3)(2, 4), (1)(4)(2, 3)\}$ ,
  - $\{e, (1)(2)(3, 4)\}$ ,
  - $\{e, (1, 2, 3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 4, 3, 2), (1)(3)(2, 4), (2)(4)(1, 3), (1, 4)(2, 3), (1, 2)(3, 4)\}$ ,
  - $Sym(\{1, 2, 3, 4\})$ ,
  - $\{e, (1)(3)(2, 4), (2)(4)(1, 3), (1, 3)(2, 4)\}$ .
- (5p.) Törmäät teollisuusprojektissa ongelmaan joka on NP-täydellinen. Pohdi mitä tämä käytännössä merkitsee ja esitä miten kannattaa hyökätä tämän ongelman kimppuun.
- (6p.) Halutaan muodostaa satunnainen joukon  $\{1, 2, \dots, n\}$  permutaatio. Käytännön esimerkkinä tästä on korttipakan sekoittaminen tietokoneen muistissa, kun pakkaa esittää taulukko  $\pi$ . Tässä kaksi ehdokasta algoritmiksi, kumpi niistä toimii oikein (kukin permutaatio on yhtä todennäköinen)? Perustelut! Aluksi  $\pi$  on mikä tahansa permutaatio.

Algoritmi 1: **for**  $i = n$  **to** 2 **by**  $-1$  **do** swap( $\pi[i]$ ,  $\pi[\text{rand}(1, i)]$ )

Algoritmi 2: **for**  $i = 1$  **to**  $n$  **do** swap( $\pi[i]$ ,  $\pi[\text{rand}(1, n)]$ )

Käsky swap vaihtaa annetut permutaation positiot (taulukon alkiot) ja funktio  $\text{rand}(a, b)$  antaa satunnaisen kokonaisluvun  $i$  s.e.  $a \leq i \leq b$  (tasainen jakauma).

- (4p.) Meillä on käytössä algoritmi joka antaa annetun joukon kaikki permutaatioita. Miten tätä algoritmia voidaan hyödyntää kun halutaan generoida kaikki  $(n - 1)!$  erilaista tapaa sijoittaa joukon  $\{1, 2, \dots, n\}$  luvut ympyrän kehälle (rotaatio on tällöin ekvivalenssioperaatio)?