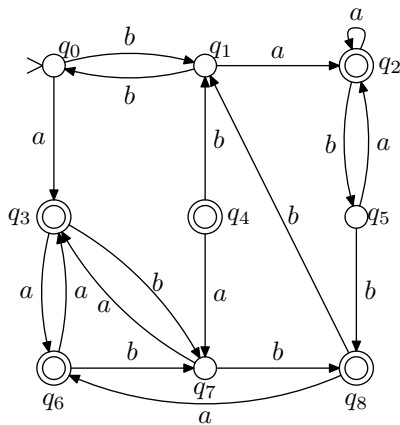


**Kotitehtävät:**

1. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka tarkistaa sisältääkö annettu binäärijono osajonon 011 tai 110 (tai molemmat). Determinisoi automaatti.
2. Muodosta seuraavaa determinististä äärellistä automaattia vastaava minimautomaaatti:



3. Merkkijono  $x \in \Sigma^*$  on  $w$ :n aito alkuosa, mikäli  $w = xy$  jollakin  $y \in \Sigma^+$ . Kielen  $L$  sana  $w$  on *minimaalinen* mikäli yksikään sen aidoista alkuosista ei kuulu kieleen. Esimerkiksi kielen  $\{ab, aba, bb, bba\}$  minimaaliset sanat ovat  $ab$  ja  $bb$ .

Osoita, että jos kieli  $L$  voidaan tunnistaa äärellisellä automaatilla, niin myös kieli:

$$\min(L) = \{w \mid w \in L \text{ ja } w \text{ on minimaalinen}\}$$

voidaan tunnistaa äärellisellä automaatilla.

**Demonstraatiotehtävät:**

4. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka testaa onko annetun binäärijonon kolmanneksi viimeinen merkki 1, ja determinisoi se.
5. Osoita, että jos aakkoston  $\Sigma = \{a, b\}$  kielet  $A$  ja  $B$  voidaan tunnistaa äärellisillä automaateilla, niin samoin voidaan tunnistaa myös kielet  $\bar{A} = \Sigma^* - A$ ,  $A \cup B$  ja  $A \cap B$ .

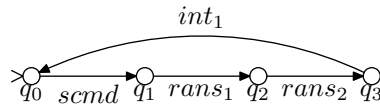
6. (Sovellettava.) Monet tiedonsiirtoprotokollien analysointiin käytettävät menetelmät muodostavat järjestelmän tila-avaruuden, jota tutkimalla etsitään ongelmia, esimerkiksi lukkiumia. Yksi tapa muodostaa tila-avaruus on mallintaa kutakin protokollan osapuolta erikseen tilakoneella (äärellisellä automaatilla) ja yhdistää nämä yhdeksi isoksi tilakoneeksi (automaatiksi).

Olkoon  $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \Delta_1, s_1, \emptyset)$  ja  $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \Delta_2, s_2, \emptyset)$  epädeterministisiä tilakoneita.<sup>1</sup> Yhdistetty tilakone  $M = (K, \Sigma, \Delta, s, \emptyset)$  muodostetaan seuraavasti:

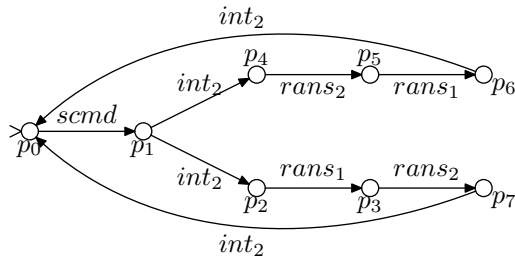
- $K = K_1 \times K_2$
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
- $s = (s_1, s_2)$
- Siirtymä  $(p_1, p_2) \xrightarrow{a} (q_1, q_2)$  kuuluu relaatioon  $\Delta$  mikäli jokin seuraavista ehdoista toteutuu:
  - (a)  $a \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2$ ,  $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$  ja  $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$ .
  - (b)  $a \in \Sigma_1$ ,  $a \notin \Sigma_2$ ,  $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$  ja  $p_2 = q_2$ .
  - (c)  $a \notin \Sigma_1$ ,  $a \in \Sigma_2$ ,  $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$  ja  $p_1 = q_1$ .

Olkoot tilakoneet  $M_1$  ja  $M_2$  kuten alla. Muodosta yhdistetty tilakone  $M$  ja osoita, että järjestelmässä on lukkiuma (eli tila, josta ei lähde yhtään siirtymää).

$M_1$ :



$M_2$ :



<sup>1</sup>Merkinnät ovat tässä tehtävässä hieman monisteessa käytetyistä poikkeavat. Automaa-tin tilajoukkoa merkitään  $Q$ :n sijaan  $K$ :lla, alkutilaa  $q_0$ :n sijaan  $s$ :llä, ja joukkoarvoinen siirtymäfunktio  $\delta: K \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(K)$  on kuvattu relaationa  $\Delta \subseteq K \times \Sigma \times K$ , jossa  $(p, a, q) \in \Delta$  jos ja vain jos  $q \in \delta(p, a)$ .