

**Kotitehtävät:**

1. Muodosta yhteydettömät kieliopit seuraaville kielille:

- (a)  $\{a^m b^n \mid 0 \leq m \leq 2n\}$   
(b)  $\{ucv \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ ja } |u| = |v|\}$

Anna lisäksi (a)-kohdan kieliopin mukainen johto lauseelle  $aaabb$  ja (b)-kohdan mukainen johto lauseelle  $abcab$ .

2. Merkkijono  $w$  on *palindromi*, jos  $w = w^R$ . (Esimerkiksi “SAIPPUAKAUPPIAS”, “RETKIDIKTER”, “AUTIOITUA”) Tarkastellaan tässä aakkoston  $\{a, b\}$  palindromien muodostamaa kieltä

$$\text{PAL} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}.$$

- (a) Osoita, että kieli PAL ei ole säännöllinen.  
(b) Laadi kielen tuottava yhteydetön kielioppi.
3. Seuraavien yhteydettömien kielioppien tuottamat kielet ovat säännöllisiä. Kuvaa kielet säännöllisinä lausekkeina:

- (a)  $\{S \rightarrow AS \mid \varepsilon, \quad A \rightarrow a \mid b\}$   
(b)  $\{S \rightarrow aSa \mid aSb \mid bSa \mid bSb \mid \varepsilon\}$

**Demonstraatiotehtävät:**

4. *Hahmolausekkeet* ovat esimerkiksi  $UN^*X$ -järjestelmien tekstityökaluissa käytetty säännöllisten lausekkeiden yleistys, jossa sallitaan merkkijonoarvoisten muuttujien käyttö lausekkeissa. Sovitettaessa merkkijonoa annettuun lausekkeeseen vaaditaan, että tietynnimisen muuttujan arvoksi tulee eri kohdissa sama osamerkkijono. Siten esimerkiksi  $aXb^*Xa$  ja  $aX(a \cup b)^*YX(a \cup b)^*Ya$  ovat aakkoston  $\{a, b\}$  hahmolausekkeita, joista ensimmäinen kuvaa kielen  $\{awb^nwa \mid w \in \{a, b\}^*, n \geq 0\}$ . Osoita, että hahmolausekkeet ovat säännöllisten lausekkeiden aito yleistys, so. että niillä voidaan kuvata myös joitakin ei-säännöllisiä kieliä.
5. Osoita, että kieli  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w\text{:ssä on yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä}\}$  ei ole säännöllinen, ja laadi yhteydetön kielioppi sen kuvaamiseen.
6. Laadi yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kaikki seuraavan esimerkin tapaiset, yksinkertaisista sisäkkäisistä **for**-silmukoista, **begin**- ja **end**-sulkeilla kootuista lauseista ja alkeisoperaatioista **a** rakentuvat “ohjelmat”:

```
a;  
for 3 times do  
begin  
  for 5 times do a;  
  a; a  
end.
```

Voit olettaa silmukkalaskureiden olevan kokonaislukuja väliltä  $0, \dots, 9$ .