

## Tietojenkäsittelyteorian perusteet

## Harjoitus 1

## Tehtävät

**Kotitehtävät:**

1. Olkoon  $A = \{a, b, e\}$ ,  $B = \{b, d\}$  ja  $C = \{a, c, d\}$ . Kirjoita auki (so. luettele alkioittain) seuraavat joukot:

- (a)  $A \cup (C - B)$ ;  
 (b)  $B \times (A \cap C)$ ;  
 (c)  $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) - \mathcal{P}(\emptyset)$ .

2. Olkoon perusjoukon  $A = \{a, b, c, d\}$  relaatio  $R \subseteq A \times A$  määritelty:

$$R = \{(a, c), (a, d), (b, b), (c, b), (c, d), (d, b), (d, c)\}$$

Piirrä seuraavien relaatioiden graafiesitykset:

- a)  $R$ ,      c)  $R \circ R$ ,  
 b)  $R^{-1}$ ,    d)  $R \cap (R \circ R)$ .

Ovatko jotkin näistä relaatioista funktioita?

3. Todista oikeiksi annetun perusjoukon  $U$  osajoukkojen  $A$  ja  $B$  yhdisteiden, leikkausten ja komplementtien suhdetta koskevat *de Morganin kaavat*:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

**Demonstraatiotehtävät:**

4. Määritellään perusjoukossa  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  relaatio  $\sim$  säännöllä:

$$(m, n) \sim (p, q) \iff m + n = p + q.$$

Osoita, että tämä on ekvivalenssirelaatio ja kuvaile intuitiivisesti (“geometrisesti”) sen ekvivalenssiluokkia.

5. Todista induktiolla, että jos  $X$  on äärellinen joukko, jonka koko on  $n = |X|$ , niin sen potenssijoukon koko on  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .
6. Todista induktiolla, että jokaisessa äärellisen perusjoukon  $S$  osittainjärjestyksessä on ainakin yksi minimialkio. Osoita myös esimerkein, että minimialkio ei välttämättä ole yksikäsitteinen, ja että väite ei ole yleisesti voimassa, jos perusjoukko  $S$  on ääretön.