T-79.148 **Syksy 2002**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 8
Demonstraatiotehtävien ratkaisut

4. **Tehtävä**: Laadi algoritmi, joka testaa onko annetun yhteydettömän kieliopin $G = (V, \Sigma, P, S)$ tuottama kieli epätyhjä, so. voidaanko kieliopin lähtösymbolista S johtaa yhtään päätejonoa $x \in \Sigma^*$.

   Vastaus: Allaoleva proseduuri ?GeneratesNonemptyLanguage(G) ottaa syötteenä yhteydettömän kieliopin G, ja palauttaa arvon `true`, jos G:n generoima kieli ei ole tyhjä.

   ?GeneratesNonemptyLanguage($G = (V, \Sigma, P, S)$: context-free grammar)
   $T \leftarrow \Sigma$
   repeat $|V|$ **times**
   for each $A \rightarrow X_1 \ldots X_k \in P$
   if $A \notin T \wedge X_1 \ldots X_k \in T^k$
   $T \leftarrow T \cup \{A\}$
   if $S \in T$
   return `true`
   else
   return `false`

   Algoritmin idea on lähteä terminaalisymbolien joukosta Σ ja testata, onko näistä mahdollista perääntyä S:ään käyttäen joukon P produktioita käänteisesti. Perääntymistä simuloidaan iteroimalla $|V|$ kertaa saavutettavien symbolien joukkoa T. Arvoa $|V|$ käytetään, koska jos G:n generoima kieli ei ole tyhjä, on ko. kielen lyhin merkkijono enintään $|V|$:n pituinen (lyhimmän merkkijonon generoimiseen käytetään jokaista produktiota enintään kerran).

5. **Tehtävä**: Muodosta kielioppia $G = (V, \Sigma, P, S)$ vastaava pinoautomaatti, kun

$$\begin{aligned}
V &= \{S, (,), {}^*, \cup, \emptyset, a, b\} \\
\Sigma &= \{(,), {}^*, \cup, \emptyset, a, b\} \\
P &= \{S \rightarrow (SS), S \rightarrow S^*, S \rightarrow (S \cup S), \\
&\quad\; S \rightarrow \emptyset, S \rightarrow a, S \rightarrow b\}
\end{aligned}$$

   Vastaus: Mitä tahansa yhteydetöntä kielioppia $G = (V, \Sigma, R, S)$ vastaava epädeterministinen pinoautomaatti $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ voidaan laatia seuraavasti:

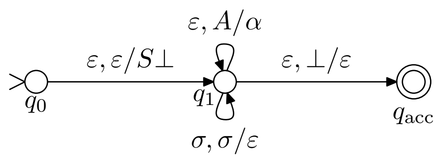
$$\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_{\mathrm{acc}}\} \\
\Gamma &= V \cup \{\perp\} \\
F &= \{q_{\mathrm{acc}}\} \\
\delta &= \{\big((q_0, \varepsilon, \varepsilon), (q_1, S\perp)\big), \big((q_1, \perp, \varepsilon), (q_{\mathrm{acc}}, \varepsilon)\big)\} && (1) \\
&\quad \cup \{\big((q_1, \varepsilon, A), (q_1, \alpha)\big) \mid (A \rightarrow \alpha) \in P\} && (2) \\
&\quad \cup \{\big((q_1, \sigma, \sigma), (q_1, e)\big) \mid \sigma \in \Sigma\} && (3)
\end{aligned}$$

   Tässä symbolia $\perp$ käytetään pinon pohjan merkkinä.

Tehtävän kieliopille konstruktio tuottaa seuraavan pinoautomaatin:

$$
\begin{aligned}
Q =& \{q_0, q_1, q_{\text{acc}}\} \\
\Sigma =& \{\mathbf{(}, \mathbf{)}, {}^*, \cup, \emptyset, a, b\} \\
\Gamma =& \{S, \mathbf{(}, \mathbf{)}, {}^*, \cup, \emptyset, a, b, \bot\} \\
F =& \{q_{\text{acc}}\} \\
\delta =& \{\big((q_0, e, e), (q_1, S\bot)\big), \big((q_1, \bot, e), (q_{\text{acc}}, e)\big), \big((q_1, e, S), (q_1, \mathbf{(}SS\mathbf{)})\big), \\
& \big((q_1, e, S), (q_1, S^*)\big), \big((q_1, e, S), (q_1, \mathbf{(}S \cup S\mathbf{)})\big), \big((q_1, e, S), (q_1, \emptyset)\big), \\
& \big((q_1, e, S), (q_1, a)\big), \big((q_1, e, S), (q_1, b)\big), \\
& \big((q_1, \mathbf{(}, \mathbf{(}), (q_1, e)\big), \big((q_1, \mathbf{)}, \mathbf{)}), (q_1, e)\big), \big((q_1, {}^*, {}^*), (q_1, e)\big), \\
& \big((q_1, \cup, \cup), (q_1, e)\big), \big((q_1, \emptyset, \emptyset), (q_1, e)\big), \big((q_1, a, a), (q_1, e)\big), \\
& \big((q_1, b, b), (q_1, e)\big)\}
\end{aligned}
$$

Syntynyt automaatti on muotoa:



Tarkastellaan, miten automaatti käsittelee syötteen $(a \cup b^*)$:

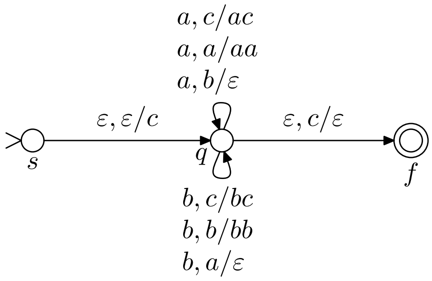
Tila	Syöte	Pino	
q_0	$(a \cup b^*)$	ε	
q_1	$(a \cup b^*)$	$S\bot$	(1)
q_1	$(a \cup b^*)$	$(S \cup S)\bot$	(2) $(S \to (S \cup S))$
q_1	$a \cup b^*)$	$S \cup S)\bot$	(3)
q_1	$a \cup b^*)$	$a \cup S)\bot$	(2) $(S \to a)$
q_1	$\cup b^*)$	$\cup S)\bot$	(3)
q_1	$b^*)$	$S^*)\bot$	(2) $(S \to S^*)$
q_1	$b^*)$	$b^*)\bot$	(2) $(S \to b)$
q_1	$^*)$	$^*)\bot$	(3)
q_1	$)$	$)\bot$	(3)
q_1	ε	$\bot$	(3)
q_{acc}	ε	ε	(1)

Huom. kieli $L(G)$ määrittelee kaikki syntaktisesti oikeanmuotoiset aakkoston $\Sigma = \{a, b\}$ yli muodostetut säännölliset lausekkeet.

6. **Tehtävä**: Muodosta pinoautomaattia M vastaava kielioppi, missä $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$:

$$
\begin{aligned}
Q =& \{s, q, f\} \\
\Sigma =& \{a, b\} \\
\Gamma =& \{a, b, c\} \\
F =& \{f\} \\
\delta =& \{\big((s, e, e), (q, c)\big), \big((q, a, c), (q, ac)\big), \big((q, a, a), (q, aa)\big) \\
& \big((q, a, b), (q, e)\big), \big((q, b, c), (q, bc)\big), \big((q, b, b), (q, bb)\big) \\
& \big((q, b, a), (q, e)\big), \big((q, e, c), (f, e)\big)\}
\end{aligned}
$$

Vastaus: Tilakaaviona M näyttää seuraavalta:



Pinoautomaattia vastaavan yhteydettömän kieliopin selvittäminen on suhteellisen työlästä. Tässä käytetään algoritmia, jotka toimii vain *yksinkertaisille* pinoautomaateille. Pinoautomaatti on yksinkertainen, mikäli seuraavat ehdot toteutuvat:

- Jos $\big((q,u,\beta),(p,\gamma)\big)$ on pinoautomaatin siirtymä, niin $|\beta| \leq 1$.
- Jos $\big((q,u,e),(p,\gamma)\big) \in \delta$, niin myös $\big((q,u,A),(p,\gamma A)\big) \in \delta$ kaikille $A \in \Gamma$.

Rajoitukset eivät kuitenkaan heikennä pinoautomaattien ilmaisuvoimaa, sillä mikä tahansa pinoautomaatti voidaan muuttaa yksinkertaiseksi (yksityiskohdat sivuutetaan tässä).

Kieliopin muodostamisen ajatuksena on ottaa kielen välikkeiksi kolmikkoja $\langle q, A, p\rangle$, missä $q, p \in Q$ ja $A \in \Gamma \cup \{\varepsilon\}$. Ajatuksena on, että $\langle q, A, p\rangle$ generoi kaikki ne merkkijonot, joita tutkiessaan automaatti siirtyisi tilasta q tilaan p poistaen samalla pinosta symbolin A.

Kieliopin sääntöjä on neljänlaisia:

1. Kaikille $f \in F$ asetetaan sääntö $S \to \langle s, \varepsilon, f\rangle$.
2. Kaikille siirtymille $\big((q,u,A),(r,B_1\cdots B_n)\big) \in \delta$, missä $q, r \in Q, u \in \Sigma^*, n > 0$, $A \in \Gamma \cup \{\varepsilon\}$ ja $B_1 \cdots B_n \in \Gamma$, lisätään sääntö
$$\langle q, A, p\rangle \to u\langle r, B_1, q_1\rangle\langle q_1, B_2, q_2\rangle \cdots \langle q_{n-1}, B_n, p\rangle$$
kaikille $p, q_1, \ldots, q_{n-1} \in Q$.
3. Kaikille siirtymille $\big((q,u,A),(r,\varepsilon)\big) \in \delta$, missä $q, r \in Q, u \in \Sigma^*$ ja $A \in \Gamma \cup \{\varepsilon\}$, lisätään sääntö
$$\langle q, A, p\rangle \to u\langle r, \varepsilon, p\rangle$$
4. Kaikille $q \in Q$ lisätään sääntö $\langle q, \varepsilon, q\rangle \to \varepsilon$.

Säännöistä ensimmäinen ilmaisee, että tarkoituksena on päästä alkutilasta johonkin lopputilaan niin, että pino jää lopuksi tyhjäksi. Viimeistä muotoa olevat säännöt kertovat, että mitään laskentaa ei tarvita, ellei siirrytä toiseen tilaan. Muotoa 2 olevat säännöt kuvaavat pitkää suoritusta, jolla siirrytään tilasta q tilaan p ja samalla poistetaan A pinosta. Säännön oikea puoli konstruoi automaatin tilasiirtymien jonon siirtymä kerrallaan. Muotoa 3 olevat säännöt ovat analogisia muotoa 2 olevien sääntöjen kanssa.

Kielioppi $G = (V, \Sigma, P, S), V = \Sigma \cup \{S\} \cup \{\langle q, A, p\rangle \mid q, p \in Q, A \in \Gamma \cup \{\varepsilon\}\}$

$$
\begin{aligned}
P = \{&S \to \langle s, e, f\rangle, && (1.)\\
&\langle s, \varepsilon, s\rangle \to \varepsilon, \langle q, \varepsilon, q\rangle \to \varepsilon, \langle f, \varepsilon, f\rangle \to \varepsilon, && (4.)\\
&\langle s, \varepsilon, s\rangle \to \varepsilon\langle q, c, s\rangle, && (2./tr.1)\\
&\langle s, \varepsilon, q\rangle \to \varepsilon\langle q, c, q\rangle, && (2./tr.1)\\
&\langle s, \varepsilon, f\rangle \to \varepsilon\langle q, c, f\rangle, && (2./tr.1)\\
&\langle q, c, s\rangle \to a\langle q, a, s'\rangle\langle s', c, s\rangle && (2./tr.2)\\
&\langle q, c, q\rangle \to a\langle q, a, q'\rangle\langle q', c, q\rangle && (2./tr.2)\\
&\langle q, c, f\rangle \to a\langle q, a, f'\rangle\langle f', c, f\rangle && (2./tr.2)\\
&\langle q, a, s\rangle \to a\langle q, a, s'\rangle\langle s', a, s\rangle && (2./tr.3)\\
&\langle q, a, q\rangle \to a\langle q, a, q'\rangle\langle q', a, q\rangle && (2./tr.3)\\
&\langle q, a, f\rangle \to a\langle q, a, f'\rangle\langle f', a, f\rangle && (2./tr.3)\\
&\langle q, b, s\rangle \to a\langle q, \varepsilon, s\rangle && (3./tr.4)\\
&\langle q, b, q\rangle \to a\langle q, \varepsilon, q\rangle && (3./tr.4)\\
&\langle q, b, f\rangle \to a\langle q, \varepsilon, f\rangle && (3./tr.4)\\
&\langle q, c, s\rangle \to b\langle q, b, s'\rangle\langle s', c, s\rangle && (2./tr.5)\\
&\langle q, c, q\rangle \to b\langle q, b, q'\rangle\langle q', c, q\rangle && (2./tr.5)\\
&\langle q, c, f\rangle \to b\langle q, b, f'\rangle\langle f', c, f\rangle && (2./tr.5)\\
&\langle q, b, s\rangle \to b\langle q, b, s'\rangle\langle s', b, s\rangle && (2./tr.6)\\
&\langle q, b, s\rangle \to b\langle q, b, q'\rangle\langle q', b, q\rangle && (2./tr.6)\\
&\langle q, b, s\rangle \to b\langle q, b, f'\rangle\langle f', b, f\rangle && (2./tr.6)\\
&\langle q, a, s\rangle \to b\langle q, \varepsilon, s\rangle && (3./tr.7)\\
&\langle q, a, q\rangle \to b\langle q, \varepsilon, q\rangle && (3./tr.7)\\
&\langle q, a, f\rangle \to b\langle q, \varepsilon, f\rangle && (3./tr.7)\\
&\langle q, c, s\rangle \to \varepsilon\langle f, \varepsilon, s\rangle && (3./tr.8)\\
&\langle q, c, q\rangle \to \varepsilon\langle f, \varepsilon, q\rangle && (3./tr.8)\\
&\langle q, c, f\rangle \to \varepsilon\langle f, \varepsilon, f\rangle && (3./tr.8)
\end{aligned}
$$

Näistä säännöistä suuri osa on tarpeettomia. Tarvittavat saadaan selville lähtemällä liikkeelle säännöstä $S \to \langle s, \varepsilon, f\rangle$, ja katsomalla, mitä kaikkia sääntöjä voidaan käyttää. Tuloksena syntyvät säännöt ovat

$$
\begin{aligned}
P = \{&S \to \langle s, \varepsilon, f\rangle\\
&\langle s, \varepsilon, f\rangle \to \langle q, c, f\rangle\\
&\langle q, c, f\rangle \to a\langle q, a, q\rangle\langle q, c, f\rangle\\
&\langle q, c, f\rangle \to b\langle q, b, q\rangle\langle q, c, f\rangle\\
&\langle q, c, f\rangle \to \langle f, \varepsilon, f\rangle\\
&\langle q, a, q\rangle \to a\langle q, a, q\rangle\langle q, a, q\rangle\\
&\langle q, a, q\rangle \to b\langle q, \varepsilon, q\rangle\\
&\langle q, b, q\rangle \to b\langle q, b, q\rangle\langle q, b, q\rangle\\
&\langle q, b, q\rangle \to a\langle q, \varepsilon, q\rangle\\
&\langle q, \varepsilon, q\rangle \to \varepsilon\\
&\langle f, \varepsilon, f\rangle \to \varepsilon\}
\end{aligned}
$$

Kielioppia voi vielä sieventää. Merkitään $\langle q,c,f\rangle = S$, $\langle q,b,q\rangle = B$, $\langle q,a,q\rangle = A$, ja tulokseksi saadaan

$$\begin{aligned} P = \{S &\to aAS \mid bBS \mid \varepsilon \\ A &\to aAA \mid b, \\ B &\to bBB \mid a\} \end{aligned}$$

Liite: Chomskyn normaalimuoto ja CYK-algoritmi

Muutetaan vielä viimeisen tehtävän kielioppi Chomskyn normaalimuotoon ja tarkistetaan CYK-algoritmilla kuuluvatko sanat *abb* ja *abba* kieleen $L(G)$.

Kielioppi on Chomskyn normaalimuodossa, mikäli seuraavat ehdot toteutuvat:

1. Ainoastaan alkuvälike S voi olla tyhjentyvä.
2. Mahdollisesti esiintyvää sääntöä $S \to \varepsilon$ lukuunottamatta kaikki säännöt ovat muotoa $A \to BC$ tai $A \to a$, missä A, B ja C ovat välikkeitä ja a terminaalisymboli.

Kielioppi muutetaan normaalimuotoon vaiheittain:

1. **Poistetaan lähtösymboli sääntöjen oikealta puolelta**.
   Koska kieliopissa on säännöt $S \to aAS$ ja $S \to bBS$, lisätään uusi lähtösymboli S' ja sääntö $S' \to S$. Saadaan tulokseksi sääntöjoukko:

$$\begin{aligned} S' &\to S, \\ S &\to aAS \mid bBS \mid \varepsilon \\ A &\to aAA \mid b, \\ B &\to bBB \mid a \end{aligned}$$

2. **Poistetaan ε-produktiot**.
   Koska Chomskyn normaalimuodossa ainoastaan lähtösymboli S' saa olla tyhjentyvä, täytyy muut ε-säännöt poistaa kieliopista. Lasketaan aluksi tyhjentyvien välikkeiden joukko NULL:

$$\begin{aligned} \mathrm{NULL}_0 &= \{S\} && (S \to \varepsilon) \\ \mathrm{NULL}_1 &= \{S, S'\} && (S' \to S) \\ \mathrm{NULL}_2 &= \{S, S'\} = \mathrm{NULL} \end{aligned}$$

   Tämän jälkeen korvataan säännöt $A \to X_1 \cdots X_n$ joukolla sääntöjä

$$A \to \alpha_1 \cdots \alpha_2, \qquad \text{missä } \alpha_i = \begin{cases} X_i, X_i \notin \mathrm{NULL} \\ X_i \text{ tai } \varepsilon, X_i \in \mathrm{NULL} \end{cases}$$

   Lopuksi poistetaan kaikki säännöt muotoa $A \to \varepsilon$ (lukuunottamatta sääntöä $S' \to \varepsilon$). Saadaan tulokseksi sääntöjoukko[1]:

$$\begin{aligned} S' &\to S \mid \varepsilon \\ S &\to aAS \mid aA \mid bBS \mid bB \\ A &\to aAA \mid b, \\ B &\to bBB \mid a \end{aligned}$$

[1] Tarkkaan ottaen tässä vaiheessa pitäisi lisätä vielä uusi aloitusvälike S'' ja säännöt $S'' \to \varepsilon | S'$, mutta tässä tapauksessa ei synny ongelmia, vaikka käytetään S':a lähtösymbolina.

3. **Poistetaan yksikköproduktiot**.

   Seuraavaksi poistetaan kieliopista kaikki muotoa $A \to B$ olevat säännöt, missä sekä A että B ovat välikkeitä.

   Lasketaan ensin joukot $F(A)$ kaikilla $A \in V - \Sigma$:

$$F(A) = F(B) = F(S) = \emptyset$$
$$F(S') = \{S\}$$

   Välike B kuuluu joukkoon $F(A)$ täsmälleen silloin, kun A:sta voidaan johtaa B käyttäen pelkkiä yksikköproduktioita.

   Sääntö $A \to B$ korvataan sääntöjoukolla $\{A \to w \mid \exists C \in F(B) \cup \{B\} : C \to w \in P\}$. Tulokseksi saadaan sääntöjoukko:

$$\begin{aligned} S' &\to aAS \mid aA \mid bBS \mid bB \mid \varepsilon \\ S &\to aAS \mid aA \mid bBS \mid bB \\ A &\to aAA \mid b, \\ B &\to bBB \mid a \end{aligned}$$

4. **Poistetaan liian pitkät produktiot**.

   Viimeisessä vaiheessa lisätään kielioppiin uusi välike C_σ sekä sääntö $C_\sigma \to \sigma$ kaikille $\sigma \in \Sigma$ sekä jaetaan kaikki säännöt $A \to w$ ($|w| > 2$) ketjuksi sääntöjä, jotka kaikki johtavat tismalleen kaksi symbolia.

   Annetun kieliopin Chomskyn normaalimuodoksi saadaankin seuraava sääntöjoukko:

$$\begin{aligned} S' &\to C_aS'_1 \mid C_aA \mid C_bS'_2 \mid C_bB \mid \varepsilon \\ S'_1 &\to AS \\ S'_2 &\to BS \\ S &\to C_aS_1 \mid C_aA \mid C_bS_2 \mid C_bB \\ S_1 &\to AS \\ S_2 &\to BS \\ A &\to C_aA_1 \mid b \\ A_1 &\to AA \\ B &\to C_aB_1 \mid a \\ B_1 &\to BB \\ C_a &\to a \\ C_b &\to b \end{aligned}$$

CYK-algoritmilla voidaan tutkia kuuluuko sana $x = x_1 \cdots x_n$ kieliopin G määrittelemään kieleen. Algoritmin kuluessa lasketaan välikejoukot $N_{i,j}$. Joukko $N_{i,j}$ käsittää kaikki ne välikkeet, joilla voidaan johtaa alimerkkijono $x_i \cdots x_j$. Joukkojen laskemisessa voidaan käyttää apuna dynaamista ohjelmointia seuraavaan tapaan:

$$\begin{aligned} N_{i,i} &= \{A \mid (A \to x_i) \in P\} \\ N_{i,i+k} &= \{A \mid \exists B, C \in V - \Sigma \text{ s.e. } (A \to BC) \in P \text{ ja} \\ &\qquad \exists j : i \le j < i + k \text{ s. e } B \in N_{i,j} \wedge C \in N_{j+1,i+k}\} \end{aligned}$$

Tarkastellaan yllä saatua kielioppia ja sanaa *abba*. Lasketaan ensin joukot $N_{i,i}$, $i \le 4$:

		$i \to$			
	$N_{i,i+k}$	$1 : a$	$2 : b$	$3 : b$	$4 : a$
$k \downarrow$	0	$\underline{a}bba$	$a\underline{b}ba$	$ab\underline{b}a$	$abb\underline{a}$
		$\{B, C_a\}$	$\{A, C_b\}$	$\{B, C_a\}$	$\{A, C_b\}$

Kussakin taulukon ruudussa on merkittynä, mitä sanan osajonoa ruutu vastaa.

Lasketaan seuraavaksi $N_{1,2}$. Nyt ainoa mahdollinen $j = 1$, joten tarkastellaan joukkoja $N_{1,1} = \{B, C_a\}$ ja $N_{2,2} = \{A, C_b\}$. Ainoat muotoa $A \rightarrow BC$, $B \in N_{1,1}$ ja $C \in N_{2,2}$, olevat säännöt ovat: $\{S' \rightarrow C_a A, S \rightarrow C_a A\}$, joten $N_{1,2} = \{S', S\}$. Samaan saadaan laskettua joukoiksi $N_{2,3} = \{A_1\}$ ja $N_{3,4} = \{S', S\}$, joten taulukon toiseksi riviksi muodostuu:

$i \rightarrow$

	$N_{i,i+k}$	$1 : a$	$2 : b$	$3 : b$	$4 : a$
$k \downarrow$	0	$\underline{a}bba$ $\{B, C_a\}$	$a\underline{b}ba$ $\{A, C_b\}$	$ab\underline{b}a$ $\{B, C_a\}$	$abb\underline{a}$ $\{A, C_b\}$
	1	$\underline{ab}ba$ $\{S', S\}$	$a\underline{bb}a$ $\{A_1\}$	$ab\underline{ba}$ $\{S', S\}$	

Ruudun $N_{1,3}$ kohdalla täytyy tarkastella kahta eri vaihtoehtoa,

$$j = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} N_{1,1} = \{C_a, B\} \\ N_{2,3} = \{A_1\} \end{array} \qquad\qquad j = 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} N_{1,2} = \{S', S\} \\ N_{3,3} = \{C_b, A\} \end{array}$$

Tapausta $j = 1$ vastaava välikejoukko on $\{A\}$ $(A \rightarrow C_a A_1)$ ja tapausta $j = 2$ vastaava on $\emptyset$, joten $N_{1,3} = \{A\}$. Samaan tapaan jatkamalla saadaan lopulta koko taulukoksi:

$i \rightarrow$

	$N_{i,i+k}$	$1 : a$	$2 : b$	$3 : b$	$4 : a$
	0	$\underline{a}bba$ $\{B, C_a\}$	$a\underline{b}ba$ $\{A, C_b\}$	$ab\underline{b}a$ $\{B, C_a\}$	$abb\underline{a}$ $\{A, C_b\}$
$k \downarrow$	1	$\underline{ab}ba$ $\{S', S\}$	$a\underline{bb}a$ $\{A_1\}$	$ab\underline{ba}$ $\{S', S\}$	
	2	$\underline{abb}a$ $\{A\}$	$a\underline{bba}$ $\{S'_1, S_1\}$		
	3	$\underline{abba}$ $\{S', S, A_1\}$			

Koska $S' \in N_{1,4}$, niin $abba \in L(G)$. Sitävastoin $S' \notin N_{1,3}$, joten $abb \notin L(G)$.