

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

- (a) Tosi vai epätosi: joukko $\{P(f(y), g(z, f(f(y))))\}, P(x, g(x, z))\}$ on unifioituva.
- (b) Tosi vai epätosi: jos Σ_1 ja Σ_2 ovat lausejoukkoja siten, että $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$, ja ϕ on lause siten, että $\Sigma_1 \models \phi$, niin myös $\Sigma_2 \models \phi$.
- (c) Tosi vai epätosi: todistusmenetelmä M on virheetön, jos jokainen pätevä lause ϕ on todistettavissa menetelmällä M .
- (d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\models \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg C \rightarrow A) \rightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$
- (b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))\} \models \forall x(\neg P(x) \rightarrow \neg R(x))$
- (c) $\{\forall x\neg(A(x) \leftrightarrow B(x)), \forall yA(y) \vee \forall y\neg A(y)\} \models \forall zB(z) \vee \forall z\neg B(z)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

- (a) Johda lauseelle

$$\neg(\forall xP(x) \rightarrow \forall x\exists yQ(x, y)) \vee \neg\forall yP(y)$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

- (b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa P :

$$v = 0 ; z = 0 ; \text{while}(! (z == y)) \{ z = z + 1 ; v = v - 1 \} ; v = v + x$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] P [v == x - y].$$

Tehtävä 4 *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on nimetty vakiosymbolien $\{a, b, \dots\}$ avulla ja että kaaret esitetään predikaatilla $K(x, y) =$ "solmusta x on kaari solmuun y ".

- (a) Määrittele predikaatit

$$\begin{aligned} Y(x, y) &= \text{"solmusta } x \text{ on yhteys solmuun } y\text{"} \\ \text{ja } S(x) &= \text{"graafissa on solmun } x \text{ kautta kulkeva silmukka"} \end{aligned}$$

ottamalla huomioon kaarien suunta.

- (b) Kuvaa allaoleva suunnattu graafi predikaatin K avulla. Osoita resoluutiolla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien Y ja S määritelmistä seuraa loogisesti lause $\exists x(S(x) \wedge Y(x, c))$.

$$a \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longleftarrow \end{array} b \longrightarrow c$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.