Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 16. joulukuuta, 2003

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli $\square$.

(b) Tosi vai epätosi: $\{P(f(y), g(z, f(f(y)))), P(x, g(x,z))\}$ on unifioituva.

(c) Tosi vai epätosi: jos lausejoukolla $\Sigma \subseteq \mathcal{L}$ on täsmälleen yksi malli $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}$, niin jokaiselle lauseelle $\phi \in \mathcal{L}$ pätee $\Sigma \models \phi$ tai $\Sigma \models \neg\phi$.

(d) Tosi vai epätosi: lauselogiikan toteutuvuusongelma on **NP**-täydellinen.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C)$

(b) $\models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \leftrightarrow \neg\exists y(\neg Q(y) \wedge P(y))$

(c) $\{\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,y)),\ \exists y R(a,y)\} \models \exists z R(z,z)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle

$$\forall x(\exists y R(x,y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \exists x Q(x)$$

mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `P`:

```
z=0;v=x;while(!(z==y)){z=z+1;v=v-1}
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{P}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Tehtävä 4 Esitettäköön luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0))$,..., jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

(b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.

Kurssipalaute: `http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.144/feedback.html`