T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 6. lokakuuta, 2003

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

(a) Tosi vai epätosi: lauselogiikka on ratkeava.

(b) Tosi vai epätosi: tyhjä klausuuli $\Box$ on johdettavissa resoluutiosäännöllä klausuuleista $\{P(x,y), P(y,x)\}$ ja $\{\neg P(z,z), \neg P(w,w)\}$.

(c) Tosi vai epätosi: jos lausejoukolla $\Sigma \subseteq \mathcal{L}$ on täsmälleen yksi malli $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}$, niin jokaiselle lauseelle $\phi \in \mathcal{L}$ pätee $\Sigma \models \phi$ tai $\Sigma \models \neg\phi$.

(d) Tosi vai epätosi: lauseessa ϕ on *alilauseita* korkeintaan niin monta kuin siinä on atomisia lauseita ja konnektiiveja ($\neg, \land, \lor, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

(a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

(b) $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$

(c) $\{\forall x \forall y \forall z (R(x,y) \land R(y,z) \rightarrow R(x,z)), R(a,b), R(b,a)\} \models R(a,a)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

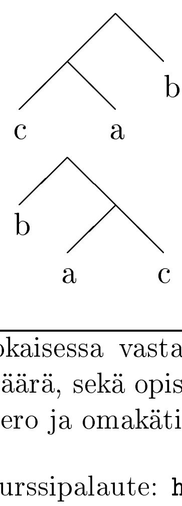
Tehtävä 3

(a) Johda lauseelle $\neg(\forall x \forall y \neg B(y,x) \land \exists x (C(x) \rightarrow A(x)))$ mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.

(b) Käytä sopivaa invarianttia osoittaaksesi, että allaoleva C-kielinen funktio `min` palauttaa taulukon `a` pienimmän luvun, jos `a`:n koko `size` > 0.

```
int min(int a[], int size) {
   int m=a[0], i=1;
   while(i<size) { if(a[i]<m) m=a[i]; i=i+1; }
   return m;
}
```

Tehtävä 4 Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



(a) Tarkoittakoon predikaatti $\mathrm{PK}(x,y)$, että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

(b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.

Kurssipalaute: `http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.144/feedback.html`