

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele tarkasti (max. puoli sivua per kohta).

- Tosi vai epätosi: klausuuleista $\{A, \neg B\}$ ja $\{\neg A, B\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .
- Tosi vai epätosi: jos ϕ ja ψ ovat kaksi toteutuvaa lausetta, niin myös $\phi \wedge \psi$ on toteutuva.
- Tosi vai epätosi: jos θ ja θ' ovat kaksi atomisten kaavojen joukon S yleisintä unifioijaa (MGU), niin $\theta = \theta'$.
- Tosi vai epätosi: todistusmenetelmä M on täydellinen, jos jokainen menetelmällä M todistuva lause on pätevä.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittäjä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- $\{B \leftrightarrow \neg C, A \leftrightarrow B \vee C\} \models B \leftrightarrow A \wedge \neg C$
- $\models \forall x(P(x) \wedge Q(x)) \leftrightarrow \neg(\exists y\neg P(y) \vee \exists z\neg Q(z))$
- $\{\forall x\forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))\} \models \forall xR(a, x)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3

- Johda lauseelle $\neg(\forall x\forall y\neg B(y, x) \wedge \exists x(C(x) \rightarrow A(x)))$ mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto.
- Käytä sopivaa invarianttia osoittaaksesi, että allaoleva C-kielinen funktio `min` palauttaa taulukon `a` pienimmän luvun, jos `a`:n koko `size` > 0 .

```
int min(int a[], int size) {
    int m=a[0], i=1;
    while(i<size) { if(a[i]<m) m=a[i]; i=i+1; }
    return m;
}
```

Tehtävä 4 Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.
- Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.