

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää on suoritettu hyväksytysti ennen tenttiä.

Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio
T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Tentti, 13. toukokuuta, 2002

TJ

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: jos $\Sigma \cup \{\neg\phi\} \models \phi \wedge \neg\phi$ pätee jollekin lausejoukolla Σ ja lauseelle ϕ , niin $\Sigma \models \phi$.
- (b) Onko näin: klausuuleista $\{P(x), P(y)\}$ ja $\{\neg P(z), \neg P(w)\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .
- (c) Onko näin: konnektiivi \neg on määriteltävissä konnektiivin \rightarrow avulla.
- (d) Onko näin: lauselogiikka on ratkeava.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\{B \rightarrow A, C \rightarrow B, \neg D \rightarrow \neg(C \rightarrow A)\} \models D$
- (b) $\{\exists x \exists y P(x, y), \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))\} \models \exists x Q(x, x)$
- (c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow R(x)), \neg \exists x (\neg R(x) \wedge Q(x))\} \models \forall x (P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Tarkastellaan kaksipaikkaista predikaattia R , jonka tulkintana on binäärirelaatio $R^A \subseteq A \times A$ jonkin universumin A suhteen.

- (a) Määrittele predikaattilogiikan lausein, milloin R^A on (1) *refleksiivinen*, (2) *symmetrinen*, (3) *transitiivinen* ja (4) *ekvivalenssirelaatio*.
- (b) Osoita resoluutiolla, että R^A on ekvivalenssirelaatio, jos se on symmetrinen, transitiivinen ja *sarjallinen* (määritelmä $\forall x \exists y R(x, y)$).
- (c) Käytä resoluutiota selvittääksesi, onko jokainen ekvivalenssirelaatio aina sarjallinen relaatio.

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.
4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.