

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää on suoritettu hyväksytysti ennen tenttiä.**

Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio  
T-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet  
Tentti, 8. tammikuuta, 2002

TJ

**Tehtävä 1** Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: klausuuleista  $\{A, \neg B\}$  ja  $\{\neg A, B\}$  saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli  $\square$ .
- (b) Onko näin: jos  $\Sigma \models \phi$  ja  $\Sigma \models \neg\phi$  jollekin lauseelle  $\phi$ , niin lausejoukko  $\Sigma$  on toteutumaton.
- (c) Onko näin: predikaattilogiikka on ratkeava.
- (d) Onko näin: lauselogiikan lauseessa  $\phi$  on *alilauseita* korkeintaan niin monta kuin siinä on atomisia lauseita ja konnektiiveja ( $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ).

**Tehtävä 2** Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a)  $\models (A \rightarrow (B \vee C)) \rightarrow (\neg B \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg A))$
- (b)  $\models \forall x \exists y R(x, y) \rightarrow (\forall y (\neg S(y) \rightarrow \neg \exists x R(x, y)) \rightarrow \exists x S(x))$
- (c)  $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** Tarkoittakoon kolmipaikkainen predikaatti  $\text{vanhemmat}(x, y, z)$ , että henkilön  $x$  vanhemmat ovat  $y$  ja  $z$ . Käytä tätä predikaattia, kun määrittelet binäärisen predikaatin  $\text{sukulainen}(x, y)$ , mikä tarkoittaa, että  $x$  on  $y$ :n sukulainen. Osoita resoluutiolla, että Kerttu on Kustaan sukulainen. Käytä seuraavaa tietokantaa laatimasi määritemän lisäksi.

$\text{vanhemmat}(\text{kerttu}, \text{jaakoppi}, \text{hanna})$   
 $\text{vanhemmat}(\text{jaakoppi}, \text{reino}, \text{lahja})$   
 $\text{vanhemmat}(\text{kustaa}, \text{salme}, \text{reino})$

Vihje: sukulaisilla on yhteinen esi-isä!

**Tehtävä 4** Tarkastellaan kaksipaikkaista predikaattia  $R$ , jonka tulkintana on binäärirelaatio  $R^A \subseteq A \times A$  jonkin universumin  $A$  suhteen.

- (a) Määrittele predikaattilogiikan lausein, milloin  $R^A$  on (1) *refleksiivinen*, (2) *symmetrinen*, (3) *transitiivinen* ja (4) *ekvivalenssirelaatio*.
- (b) Osoita semanttisella taululla, että  $R^A$  on ekvivalenssirelaatio, jos se on symmetrinen, transitiivinen ja *sarjallinen* (määritelmä  $\forall x \exists y R(x, y)$ ).
- (c) Selvitä semanttisen taulun avulla, onko jokainen ekvivalenssirelaatio aina sarjallinen relaatio.

---

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.