

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: klausuuleista $\{P(f(y, g(y)))\}$ ja $\{\neg P(f(g(x), g(g(x))))\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .
- (b) Onko näin: jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \models \neg\phi$ jollekin lauseelle ϕ , niin lausejoukko Σ on toteutumaton.
- (c) Onko näin: jos θ ja θ' ovat kaksi atomisten kaavojen joukon S yleisintä unifioijaa (most general unifiers), niin $\theta = \theta'$.
- (d) Onko näin: konnektiiveilla \rightarrow ja $\underline{\vee}$ (poissulkeva disjunktio) voidaan määrittellä muut lauselogiikan konnektiivit ($\wedge, \vee, \leftrightarrow$).

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/strukturi (vastaesimerkki).

- (a) $\{A \leftrightarrow \neg B, B \leftrightarrow \neg C, C \leftrightarrow \neg A\} \models A \wedge B \wedge C$
- (b) $\{\forall x \exists y P(x, y)\} \models \exists x \forall y P(x, y)$
- (c) $\{\forall x \forall y (\exists z (R(x, z) \wedge R(z, y)) \rightarrow R(x, y)), R(a, b), R(b, a)\} \models R(a, a)$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ esitetään muuttujattomina termeinä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.
- (b) Osoita resoluutiolla, että jos luonnollinen luku n on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $n + 6$ on kuudella jaollinen.

Tehtävä 4 Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikalla:

1. Lepät ovat lehtipuita.
2. Puut ovat kuusia, leppiä tai mäntyjä.
3. Kuuset ja männyt ovat havupuita.
4. Puut ovat havupuita tai lehtipuita.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.