

Tehtävä 1 Vastaa ja perustele lyhyesti, mutta tarkasti.

- (a) Onko näin: jos $\Sigma \models \phi$, niin $\Sigma \cup \{\neg\phi\}$ on toteutumaton.
- (b) Onko näin: jos θ ja θ' ovat kaksi atomisten kaavojen joukon S yleisintä unifioijaa (most general unifier), niin $\theta = \theta'$.
- (c) Onko näin: lauselogikalle voidaan määritellä korkeintaan 16 erilaista binäärikonnektiivia.
- (d) Onko näin: klausuuleista $\{P(x), P(y)\}$ ja $\{\neg P(z), \neg P(w)\}$ saadaan resoluutiolla tyhjä klausuuli \square .

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki).

- (a) $\models (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$
- (b) $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall y Q(y)$
- (c) $\{\forall x (A(x) \leftrightarrow \neg B(x)), \forall x (B(x) \leftrightarrow \neg C(x)), \forall x (C(x) \leftrightarrow \neg A(x))\} \models \forall x (A(x) \wedge B(x) \wedge C(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Osoita lause

$$\exists x (R(x) \wedge \neg R(f(f(x)))) \rightarrow \exists x (R(x) \wedge \neg R(f(x)))$$

päteväksi lineaarisella resoluutiolla.

Tehtävä 4 Luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ esitetään muuttujattomina termeinä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.
- (b) Osoita semanttisella taululla, että jos luonnollinen luku n on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $n + 6$ on kuudella jaollinen.