T-79.144 **Syksy 2004**

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 11

(opetusmoniste, kappaleet 6.1 - 8.4)

23 - 26.11.2004

1. Määritä klausuulijoukkojen

a) $\{\{\neg G(x,c)\}\}$,

b) $\{\{P(f(y),y)\}\}$,

c) $\{\{P(x)\},\ \{\neg P(a), \neg P(b)\}\}$,

d) $\{\{\neg P(x,y), \neg P(y,z), G(x,z)\}\}$,

e) $\{\{\neg P(x,y)\},\ \{Q(a,x), Q(b,f(y))\}\}$ ja

f) $\{\{P(x), Q(f(x,y))\}\}$

Herbrand-universumit ja kannat.

2. Tarkastellaan kaavajoukkoa

$$\Sigma = \{\forall x P(x,a,x),\ \neg\exists x\exists y\exists z(P(x,y,z) \land \neg P(x, f(y), f(z)))\}$$

a) Muunna Σ klausuulijoukoksi S.

b) Anna S:n Herbrand-universumi H sekä Herbrand-kanta B.

c) Esitetään Herbrand-struktuurit Herbrand-kannan osajoukkoina. Hae S:lle osajoukkorelaatioon, $\subseteq$, nähden minimaalinen ja maksimaalinen Herbrand-malli.

3. Muunna ongelma predikaattilogiikan lauseen

$$\exists x\exists y(P(x) \leftrightarrow \neg P(y)) \rightarrow \exists x\exists y(\neg P(x) \land P(y))$$

pätevyyden selvittämisestä lauselogiikan toteutuvuusongelmaksi ja ratkaise ongelma lauselogiikan menetelmin.

4. Laadi substituutioiden $\{x/y, y/b, z/f(x)\}$ ja $\{x/g(a), y/x, w/c\}$ kompositio.

5. Mitkä ovat seuraavien literaalijoukkojen yleisimmät unifioijat?

a) $\{P(x,g(y),f(a)), P(f(y),g(f(z)),z)\}$

b) $\{P(x,f(x),g(y)), P(a,f(g(a)),g(a)), P(y,f(y),g(a))\}$

c) $\{P(x, f(x,y)), P(y, f(y,a)), P(b, f(b,a))\}$

d) $\{P(f(a),y,z), P(y, f(a),b), P(x,y, f(z))\}$

6. Osoita, että

a) substituutioiden kompositio ei ole kommutatiivinen, eli että on olemassa substituutiot σ ja λ s.e. $\sigma\lambda \neq \lambda\sigma$.

b) yleisimmät unifioijat eivät ole yksikäsitteiset, eli että jollekin lausekejoukolle (esim. atomikaavojen joukko) S on olemassa kaksi yleisintä unifioijaa, σ ja λ, s.e. $\sigma \neq \lambda$.

7. Unifioi $\{P(x,y,z), P(f(w,w), f(x,x), f(y,y))\}$.

8. Todista resoluutiolla, että ei ole olemassa miesparturia, kun:

a) Jokainen parturi ajaa niiden miesten parrat, jotka eivät itse aja partaansa.

b) Kukaan parturi ei aja niiden miesten partoja, jotka ajavat itse partansa.

9. Esitetään luonnolliset luvut $0,1,2,\ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0)), \ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x+1$ luonnollisille luvuille x.

a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x), J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

b) Todista resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x+6$ on kuudella jaollinen.