

T-79.144

Syksy 2003

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 11

(opetusmoniste, kappaleet 8.1 - 8.5)

18 - 21.11.2003

1. Todista resoluutiolla, että ei ole olemassa miesparturia, kun:
  - a) Jokainen parturi ajaa niiden miesten parrat, jotka eivät itse aja partaansa.
  - b) Kukaan parturi ei aja niiden miesten partoja, jotka ajavat itse partansa.
2. Esitetään luonnolliset luvut  $0, 1, 2, \dots$  muuttujattomilla termeillä  $0, s(0), s(s(0)), \dots$ , jotka rakentuvat vakiosymbolista  $0$  ja funktiosymbolista  $s$ , joka tulkitaan funktioksi  $s(x) = x + 1$  luonnollisille luvuille  $x$ .
  - a) Tarkoittakoon predikaatit  $J2(x), J3(x)$  ja  $J6(x)$  sitä, että luonnollinen luku  $x$  on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin  $J6$  määritelmä perustuu predikaattien  $J2$  ja  $J3$  määritelmiin.
  - b) Todista resoluutiolla, että jos luonnollinen luku  $x$  on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku  $x + 6$  on kuudella jaollinen.
3. Olkoon annettuna seuraavat lauseet<sup>1</sup>:
  1.  $\forall x(\text{Close}(m, x) \rightarrow \text{Reach}(m, x))$ ,
  2.  $\forall x(\text{Tall}(x) \wedge \text{On}(m, x) \wedge \text{Under}(x, b) \rightarrow \text{Close}(m, b))$ ,
  3.  $\text{Tall}(c)$ ,
  4.  $\text{Climb}(m, c)$ ,
  5.  $\forall z \text{Moves}(m, c, z)$ ,
  6.  $\forall x(\text{Climb}(m, x) \rightarrow \text{On}(m, x))$ ,
  7.  $\forall x \forall y \forall z(\text{Moves}(x, y, z) \rightarrow \text{Close}(y, z) \vee \text{Under}(y, z))$  ja
  8.  $\neg \text{Close}(c, b)$ .

Formalisoinnissa on käytetty seuraavia predikaatteja ja vakioita:

1.  $\text{Tall}(x) = \text{“}x \text{ on korkea”}$ ,

---

<sup>1</sup>Esimerkki on kirjasta R.D. Dowsing, V.J. Rayward-Smith, C.D. Walter: A First Course in Formal Logic and its Applications in Computer Science

2.  $\text{Climb}(x,y) = \text{“}x \text{ voi kiivetä } y\text{:n päälle”}$ ,
  3.  $\text{Close}(x,y) = \text{“}x \text{ on lähellä } y\text{:tä”}$ ,
  4.  $\text{On}(x,y) = \text{“}x \text{ on } y\text{:n päällä”}$ ,
  5.  $\text{Reach}(x,y) = \text{“}x \text{ ylettää } y\text{:hyn”}$ ,
  6.  $\text{Under}(x,y) = \text{“}x \text{ on } y\text{:n alla”}$ ,
  7.  $\text{Moves}(x,y,z) = \text{“}x \text{ (voi) siirtää } y\text{:n } z\text{:n lähelle”}$
  8.  $m = \text{“apina”}$ ,
  9.  $c = \text{“tuoli”}$  ja
  10.  $b = \text{“banaani”}$ .
- a) Mieti, mitä lausejoukon lauseet tarkoittavat.
  - b) Osoita resoluutiolla, että  $\exists x \text{Reach}(m,x)$  on lausejoukon looginen seuraus.
  - c) Tutki resoluutiotodistuksen rakennetta. Mitä hyötyä siitä voisi olla tehtävän apinalle?
  - d) Suorita vastaava päättely otter-ohjelman avulla.