T-79.144 **Syksy 2002**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 12
(opetusmoniste, paketti 3, sovellukset)
26.11 – 2.12.2002

1. Olkoon annettuna seuraavat lauseet[1]:

1. $\forall x(\mathrm{Close}(\mathrm{m}, x) \to \mathrm{Reach}(\mathrm{m}, x))$,
2. $\forall x(\mathrm{Tall}(x) \land \mathrm{On}(\mathrm{m}, x) \land \mathrm{Under}(x, \mathrm{b}) \to \mathrm{Close}(\mathrm{m}, \mathrm{b}))$,
3. $\mathrm{Tall}(\mathrm{c})$,
4. $\mathrm{Climb}(\mathrm{m}, \mathrm{c})$,
5. $\forall z \mathrm{Moves}(\mathrm{m}, \mathrm{c}, z)$,
6. $\forall x(\mathrm{Climb}(\mathrm{m}, x) \to \mathrm{On}(\mathrm{m}, x))$,
7. $\forall x \forall y \forall z(\mathrm{Moves}(x, y, z) \to \mathrm{Close}(y, z) \lor \mathrm{Under}(y, z))$ ja
8. $\neg\mathrm{Close}(\mathrm{c}, \mathrm{b})$.

Formalisoinnissa on käytetty seuraavia predikaatteja ja vakioita:

1. $\mathrm{Tall}(x)$ = "x on korkea",
2. $\mathrm{Climb}(x, y)$ = "x voi kiivetä y:n päälle",
3. $\mathrm{Close}(x, y)$ = "x on lähellä y:tä",
4. $\mathrm{On}(x, y)$ = "x on y:n päällä",
5. $\mathrm{Reach}(x, y)$ = "x ylettää y:hyn",
6. $\mathrm{Under}(x, y)$ = "x on y:n alla",
7. $\mathrm{Moves}(x, y, z)$ = "x (voi) siirtää y:n z:n lähelle"
8. m = "apina",
9. c = "tuoli" ja
10. b = "banaani".

[1]Esimerkki on kirjasta R.D. Dowsing, V.J. Rayward-Smith, C.D. Walter: A First Course in Formal Logic and its Applications in Computer Science

a) Mieti, mitä lausejoukon lauseet tarkoittavat. Todista `otter`-ohjelman avulla, että $\exists x \mathrm{Reach}(m, x)$ on lausejoukon looginen seuraus.

b) Osoita resoluutiolla, että $\exists x \mathrm{Reach}(m, x)$ on lausejoukon looginen seuraus.

c) Tutki resoluutiotodistuksen rakennetta. Mitä hyötyä siitä voisi olla tehtävän apinalle?

d) Suorita vastaava päättely `otter`-ohjelman avulla.

e) Voidaanko lausejoukko kääntää `PROLOG`-ohjelmaksi?

2. Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0))$, $\ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x)$, $J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.

b) Laadi a-kohdan määritelmien perusteella Otterin syötetiedosto ja osoita sen avulla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.

c) Kirjoita määritelmät PROLOGin sääntöinä ja hae kuudella jaollisia luonnollisia lukuja. Samoin, hae luonnollinen luku x siten, että $x + 5$ on kuudella jaollinen.