

1. Palataan insinööri Sörsselssönin laatimiin vaatimuksiin liikennevaloille yksisuuntaisten katujen risteyksessä. Osoita semanttisella taululla, että väittämä "liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti" seuraa loogisesti laatimastasi lausejoukosta.

2. Peircen nuoli määritellään seuraavasti:

$$(A \downarrow B) \Leftrightarrow_{def} \neg A \wedge \neg B.$$

Määrittele sille semanttisen taulun säännöt.

3. Tutki semanttisella taululla pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi totuusjakelu, jossa väite ei toteudu (vastamalli).

a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$

b) $\models (\neg B \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee C))$

4. Osoita Hilbertin ja Suppesin todistusjärjestelmillä (opetusmoniste, kappaleet 5.1 ja 5.2) seuraavat väittämät.

a) $\vdash P \rightarrow P$

b) $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \vdash P \rightarrow R$

c) $\{P, Q \rightarrow (P \rightarrow R)\} \vdash Q \rightarrow R$

5. Hae seuraavien lauseiden disjunkttiivinen ja konjunkttiivinen normaali-muoto (1) muunnossääntöjä käyttäen ja (2) semanttisen taulun avulla.

a) $A \rightarrow (B \rightarrow C)$

b) $\neg A \leftrightarrow ((A \vee \neg B) \rightarrow B)$

c) $\neg((A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow C)$

d) $P_1 \wedge P_2 \leftrightarrow (P_1 \rightarrow P_2) \vee (P_2 \rightarrow P_3)$

6. Hae KNM:t seuraaville lauseille muunnossäännöillä ja semantisella taululla.

a) $(P \wedge \neg P) \vee (Q \wedge \neg Q)$

b) $(P_1 \wedge \neg P_1) \vee \dots \vee (P_n \wedge \neg P_n)$

c) Osoita semanttisella taululla, että a)-kohdassa muodostettu KNM on toteutumaton.