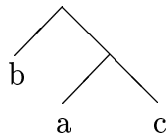
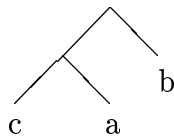


1. Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



- a) Tarkoittakoon predikaatti $PK(x, y)$, että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

- b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

2. Kvanttorilla $\exists!x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi x ". Väittämä $\exists!x \phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x \phi(x)) \wedge (\forall x \forall y (\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuuraparta.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.
4. On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

3. Luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ esitetään muuttujattomina termeinä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- a) Määrittele predikaattilogiikan lausein predikaatit $O(x) = "x \text{ on pariton}"$, $E(x) = "x \text{ on parillinen}"$ ja $G(x, y) = "x \text{ on suurempi kuin } y"$ kaikille luonnollisille luvuille x ja y .
- b) Osoita semanttisella taululla, että on olemassa parillinen luonnollinen luku, joka on suurempi kuin jokin pariton luonnollinen luku.

4. Määritä klausuulijoukkojen

- a) $\{\{\neg G(x, c)\}\}$,
- b) $\{\{P(f(y), y)\}\}$,
- c) $\{\{P(x)\}, \{\neg P(a), \neg P(b)\}\}$,
- d) $\{\{\neg P(x, y), \neg P(y, z), G(x, z)\}\}$,
- e) $\{\{\neg P(x, y)\}, \{Q(a, x), Q(b, f(y))\}\}$ ja
- f) $\{\{P(x), Q(f(x, y))\}\}$

Herbrand-universumit ja kannat.

5. Tarkastellaan kaavajoukkoa

$$\Sigma = \{\forall x P(x, a, x), \neg \exists x \exists y \exists z (P(x, y, z) \wedge \neg P(x, f(y), f(z)))\}$$

- a) Muunna Σ klausuulijoukoksi S .
- b) Anna S :n Herbrand-universumi H sekä Herbrand-kanta B .
- c) Esitetään Herbrand-struktuurit Herbrand-kannan osajoukkoina. Hae S :lle osajoukkorelaatioon, \subseteq , nähden minimaalinen ja maksimaalinen Herbrand-malli.

6. Muunna ongelma predikaattilogiikan lauseen

$$\exists x \exists y (P(x) \leftrightarrow \neg P(y)) \rightarrow \exists x \exists y (\neg P(x) \wedge P(y))$$

pätevyyden selvittämisestä lauselogiikan toteutuvuusongelmaksi ja ratkaise ongelma lauselogiikan menetelmin.