

## T-79.5202 Kombinatoriset algoritmit / kotitehtävä 1

Kuinka monta erilaista Gray-koodia voidaan muodostaa 4-bittisten binäärivektoreiden joukosta?

Esitetään koodi järjestettynä jonona koodisanoja siten, että ensimmäinen koodisana on aina 0000, ja peräkkäiset koodisanat eroavat toisistaan täsmälleen yhdessä koordinaatissa. Koodit katsotaan erilaisiksi, jos niitä esittävät jonot poikkeavat toisistaan.

- Kuinka monta erilaista 4-bittisten binäärisanojen Gray-koodia on olemassa?
- Gray-koodi on syklinen, jos sen ensimmäinen ja viimeinen koodisana eroavat toisistaan täsmälleen yhdessä koordinaatissa. Kuinka moni 4-bittisistä Gray-koodeista on syklinen?
- Mikä on leksikografisessa järjestyksessä ensimmäinen 4-bittinen Gray-koodi?

Tehtävä lienee liian työläs käsin ratkaistavaksi. Palautukseen tulee kuulua muutaman sivun riittävän täsmällinen selostus käytetystä ratkaisutavasta (hyvälaatuisena PDF:nä) ja mahdollisten laadittujen tietokoneohjelmien lähdekoodi; katso kurssin kotisivuilta erillistä palautusohjetta. Pari johdattelevaa vihjetä: Miten rank- ja unrank-funktioita voitaisiin käyttää ratkaisussa? Olisiko ongelmalla jokin geometrinen tulkinta?

Lisäansioiksi tulkitaan, jos ratkaisussa esitetään ansiokkaita pohdintoja, lisäkokeiluja (esim. vastaava ongelma 5-bittisten sanojen tapauksessa), tai algoritmisia oivalluksia. Seuraavat aiheet ovat jo melko haastavia:

- Syklisen Gray-koodin deltasekvenssi on järjestetty lista  $[\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{2^n}]$ , missä  $\delta_i$  ilmaisee, monennessako koordinaatissa koodin  $i$ :s ja  $i + 1$ :s (mod  $2^n$ ) koodisana eroavat. Kaksi syklistä Gray-koodia on ekvivalentteja, jos niiden deltasekvenssit ovat ekvivalentteja. Kaksi deltasekvenssiä on ekvivalentteja, jos toinen saadaan toisesta rotaatiolla  $[\delta_1, \dots, \delta_{2^n}] \rightarrow [\delta_i, \delta_{i+1}, \dots, \delta_{2^n}, \delta_1, \dots, \delta_{i-1}]$ , peilaamalla  $[\delta_1, \dots, \delta_{2^n}] \rightarrow [\delta_{2^n}, \delta_{2^n-1}, \dots, \delta_1]$ , permutoimalla koordinaatteja  $[\delta_1, \dots, \delta_{2^n}] \rightarrow [\pi(\delta_1), \dots, \pi(\delta_{2^n})]$ , missä  $\pi$  permutoi perusjoukkoa  $\{1, 2, 3, 4\}$ , tai yhdistelemällä näitä operaatioita. Moneenko ekvivalenssiluokkaan deltasekvenssit (ja siten sykliset Gray-koodit) jakautuvat ja montako koodia kuhunkin ekvivalenssiluokkaan kuuluu?
- Voisiko vastauksen aiempiin kohtiin jotenkin selvittää ilman, että tarvitsee ensin luetteloida kaikki (sykliset) Gray-koodit?

Kotitehtävän palautus luennoitsijalle (Harri Haanpää, E-mail: [Harri.Haanpaa@tkk.fi](mailto:Harri.Haanpaa@tkk.fi)) viimeistään keskiviikkona 8.2.2006. Noudata kurssin kotisivulta löytyviä palautusohjeita. Huomaa, että myöhästymisestä sakotetaan pisteitä.