

## T-79.5201 Diskreetit rakenteet, syksy 2006

Harjoitus 9, 13.12.

1. Arvioi Darboux'n lauseen (monisteen L.7.2 & L.7.3) avulla seuraavien generoivien funktioiden kertoimien suuruutta:

(a)  $f(z) = e^{-z/2}\sqrt{1-z}$ ,

(b)  $f(z) = e^{-z+z^2/2}\sqrt{1-z^2}$ .

2. *Involuutioiden* perheen eksponentiaalinen generoiva funktio on  $\hat{t}(z) = e^{z+z^2/2}$  (ks. esim. moniste s. 26). Arvioi tällä perusteella  $n$  alkion involuutioiden määrää  $t_n$ .
3. Bellin lukujen, so.  $n$  alkion ositusten määrää kuvaavien lukujen  $b_n$ , eksponentiaalinen generoiva funktio on  $\hat{b}(z) = \exp(e^z - 1)$ . (Ks. esim. harjoitus 3 tehtävä 2, tai moniste s. 25.) Arvioi tällä perusteella lukujen  $b_n$  suuruutta.

Jos haluat tutkia tehtävissä 2 ja 3 määrittämiesi arvioiden hyvyyttä, niin tarkasteltavien lukujonojen alkio listoja saa vaivattomasti esim. "Online Encyclopedia of Integer Sequences"-palvelimelta, <http://www.research.att.com/~njas/sequences/>.

Vaihtoehtoisesti voit määrittää tarkkojen arvojen laskemiseen tarvittavat rekursiokaavat itsekin "zD log-tempulla" tehtävissä annetuista egf:stä, tai palauttaa mieliin aiemmista tehtävistä.