T-79.5101 Laskennallisen logiikan jatkokurssi

Tentti, 18. toukokuuta, 2006

Tehtävä 1 (6*p*)

(a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikalla on äärellisen mallin ominaisuus. Seuraako äärellisen mallin ominaisuudesta logiikan ratkeavuus?

(b) Johda CTL-lauseen $\neg\mathbf{EF}(\neg(\neg Q \land \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)) \rightarrow \neg R)$ positiivinen normaalimuoto.

(c) Päteekö mille tahansa joukolle malleja C ja lauseelle P: jos P on pätevä mallijoukossa C, niin $\Box P$ on pätevä joukossa C. Perustele vastauksesi lyhyesti.

Tehtävä 2 (6*p*)

Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väittämä paikkansa (P ja Q ovat atomilauseita) ja anna taulun perusteella (vasta)malli, mikäli se on mahdollista.

(a) $\{\} \models_{\mathbf{KB}} \{\} \Longrightarrow \Diamond\Box P \rightarrow \Box\Diamond P$, missä **KB** on symmetristen kehysten luokka.

(b) On olemassa refleksiivinen malli ja siinä tila, jossa lause $\Box\Box(P \rightarrow \Box\neg P)$ on tosi ja lause $\Box\neg P$ epätosi.

(c) $\{P \lor Q\} \models_{\mathbf{K}} \{\neg(Q \lor \Diamond\Box Q)\} \Longrightarrow \Box\Box P \rightarrow \Box P$, missä **K** on kaikkien kehysten luokka.

Tehtävä 3 (6*p*)

(a) Määrittele, mitä tarkoittaa modaalilogiikalle L annetun todistusmenetelmän virheettömyys (soundius) ja täydellisyys. (2*p*)

(b) Insinööri Sörsselsson on onnistunut kehittämään virheettömän ja täydellisen todistusmenetelmän M_S kehyslogiikalle **S5** (symmetriset, refleksiiviset ja transitiiviset kehykset). Mitä voit sanoan menetelmän M_S virhettömyydestä ja täydellisyydestä kehyslogiikan **KD45** (sarjalliset, transitiiviset ja euklidiset kehykset) suhteen? (4*p*)

Tehtävä 4 (6*p*)

(a) Formalisoi seuraavat ominaisuudet CTL-lauseina:

(i) Jos esitetään palvelupyyntö (ehto `req`), siihen saadaan lopulta kuittaus (ehto `ack`).

(ii) Mikäli savua ei ole (ehto $\neg$`smoke`), sitä ei synny ennen sytyttämistä (ehto `fire`).

(b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$,

$$R = \{\langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle b, e\rangle, \langle e, b\rangle, \langle e, d\rangle, \langle d, c\rangle\},$$

$v(b, \texttt{ack}) = v(d, \texttt{ack}) = \text{true}, \quad v(a, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) = \text{false},$

$v(a, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) = \text{true}$ ja $v(b, \texttt{req}) = \text{false}.$

Anna ne mallin tilat, joissa lause $\neg\mathbf{A}((\neg\mathbf{AX}\texttt{ack})\mathbf{U}(\neg\mathbf{EX}\texttt{req}))$ on tosi.

(c) Tutki CTL-taulumenetelmällä, onko lause $\mathbf{EF}P \rightarrow (P \lor \mathbf{EXEF}P)$ pätevä.

Relaation R ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$
Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \land tRu \rightarrow sRu)$
Euklidisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \land sRu \rightarrow tRu)$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla päiväys, kurssin nimi ja koodi sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.