

Teknillinen korkeakoulu
Tietojenkäsittelyteorian laboratorio

Ilkka Niemelä (puh. 3290), Pekka Orponen (puh. 5246)

T-79.4201 Hakuongelmat ja -algoritmit (4 op)
Tentti 21.12.2006 klo 9–12

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin:

- Nimi, tutkinto-ohjelma, opiskelijanumero
- Teksti: "T-79.4201 Hakuongelmat ja -algoritmit 21.12.2006"
- Tarkastettavaksi jättämiesi vastauspapereiden kokonaismäärä

1. Tarkastellaan seuraavaa NP-täydellistä VERKONPUOLITUS-ongelmaa:

SYÖTE: Verkko (graafi) $G = (V, E)$, jonka solmujen määrä on parillinen $2n$.

TEHTÄVÄ: Määritä jokin G :n minimilevyinen (-kapasiteettinen) tasapainoinen leikkaus, so. sellainen G :n solmujen ositus kahteen yhtäsuureen joukkoon S ja $V - S$, $|S| = |V - S| = n$, että leikkauksen joukosta S joukkoon $V - S$ ylittävien kaarien määrä on mahdollisimman pieni.

Kuvaile jokin yksinkertainen paikallinen hakumenetelmä annetun syöteverkon G hyvien puolitusten etsimiseen. Piirrä menetelmäsi mukainen hakuavaruus (tilat, naapurustorakenne, kohdefunktion arvot) sellaisen syöteverkon tapauksessa, jossa on neljä solmua $\{a, b, c, d\}$, ja näistä kutakin paria paitsi $\{b, d\}$ yhdistää kaari. Montako tilaa olisi menetelmäsi mukaisessa hakuavaruudessa kuusisolmuisen syöteverkon tapauksessa? Entä montako naapuria olisi tällöin kullakin tilalla?

2. Tarkastellaan rajoitteita

$$\text{alldiff} = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$$
$$\text{noteq} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$$

- a) Selitä lyhyesti, milloin kaksi rajoiteongelmaa (constraint satisfaction problem) ovat ekvivalenteja ja anna rajoiteongelman C_1

$$\langle \text{alldiff}(x_1, x_2, x_3); x_1 \in D_1, x_2 \in D_2, x_3 \in D_3 \rangle$$

kanssa ekvivalentti rajoiteongelma C_2 , jossa käytetään vain rajoitetta noteq, kun $D_1 = D_2 = D_3 = \{1, 2, 3\}$.

- b) Selitä, milloin rajoiteongelma on hyper-kaarikonsistentti (hyper-arc consistent) ja selvitä, onko rajoiteongelma C_1 ja laatimasi rajoiteongelma C_2 hyper-kaarikonsistentteja, kun $D_1 = \{1, 2, 3\}$ ja $D_2 = D_3 = \{1, 2\}$.

3. a) Ilmaise ehto "muuttujan x itseisarvo on vähintään 3" ($|x| \geq 3$), joukkona lineaarirajoitteita (linear constraints), kun $-1000 \leq x \leq 1000$.

- b) Tarkastellaan seuraavaa kokonaislukurajoiteongelmaa (integer programming problem).

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 - 3x_2 \text{ s.t.} \\ & 2x_1 - 5x_2 \leq 16 \\ & -6x_1 + x_2 \geq -3 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \text{ ovat kokonaislukuja} \end{aligned}$$

Anna tämän ongelman lineaarirelaksaatio (linear relaxation) ja muunna se Simplex-taulun (Simplex tableau) muotoon.

- c) Anna b-kohdan Simplex-taulumuodossa olevalle lineaarirelaksaatiolle käypä ratkaisu (basic feasible solution).

- d) Perustele, onko c-kohdassa antamasi ratkaisu optimaalinen.

4. Suunnittele jokin rajoitehakumenetelmä (Branch and Bound) tehtävän 1 VERKONPUOLITUS-optimointiongelman ratkaisemiseen. Kuvaa erityisesti, mitä ovat menetelmäsi mukaiset osittaisratkaisut, ja mitä alarajaheuristiikkaa käytät haun rajoittamiseen. Esitä pieni esimerkki menetelmäsi toiminnasta.

Pisteytys: Kukin tehtävä 10p, yhteensä 40p.

PLEASE TURN OVER