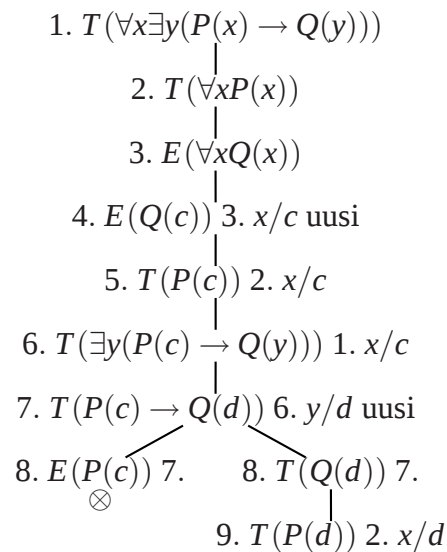


Ratkaisuja demotehtäviin

Tehtävä 12.1

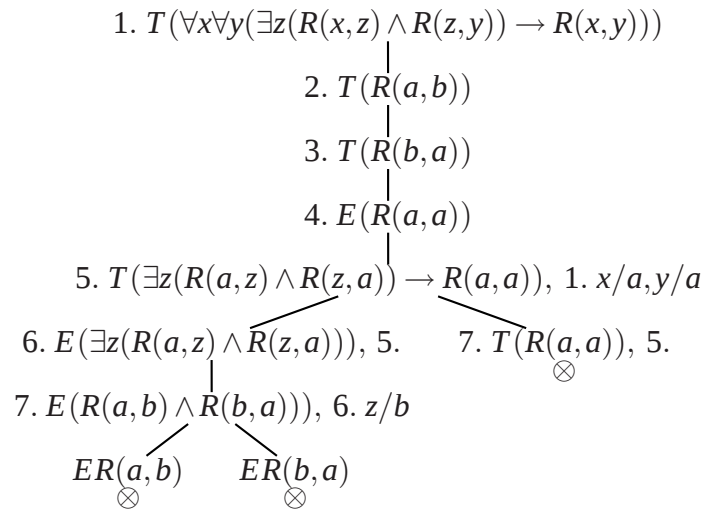
b) Muodostetaan seuraava taulu.



Taulu näyttää jäävän auki. Tätä voidaan perustella sillä, että aina kun predikaatti Q tulee instantioida, pitää se tehdä uudella vakiolla. Ristiriita edellyttäisi samaa vakiota totena ja epätotena. Avoimesta haarasta voidaan lukea vastaesimerkki $\mathcal{S}$: universumi $U = \{1, 2\}$, vakioiden tulkinnat $c^{\mathcal{S}} = 1$ ja $d^{\mathcal{S}} = 2$, sekä predikaattien tulkinnat $P^{\mathcal{S}} = \{1, 2\}$ ja $Q^{\mathcal{S}} = \{2\}$.

Koska taulua ei saatu valmiiksi, pitää vielä tarkistaa, että vastaesimerkki toimii. Näin on todellakin, sillä $\mathcal{S} \models \forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))$, $\mathcal{S} \models \forall x P(x)$ ja $\mathcal{S} \not\models \forall x Q(x)$.

c) Muodostetaan seuraava taulu.



Kaikki haarat ristiriitaisia, joten väite pätee.

Tehtävä 12.3

Valitaan predikaatit seuraavasti:

$$\begin{aligned} G(x) &= \text{“}x \text{ on syyllinen”}, \\ L(x) &= \text{“}x \text{ on valehtelija”}, \\ A(x) &= \text{“}x \text{ on syytetty”}, \text{ ja} \\ W(x) &= \text{“}x \text{ on todistaja”}. \end{aligned}$$

Tällöin väitteet voidaan esittää seuraavasti:

- (i) $\forall x(G(x) \rightarrow L(x))$,
- (ii) $\exists x(A(x) \wedge W(x))$, ja
- (iii) $\forall x(W(x) \rightarrow \neg L(x))$.

Haluttu johtopäätös on $\neg \forall x(A(x) \rightarrow G(x))$. Taulutodistus on seuraavanlainen.

