

Harjoitustehtävät

1. a) Määrittele seuraavat käsitteet: *teoreema*, *ristiriitainen polku* ja *struktuuri*.
b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\phi \equiv \psi$, niin $\phi \wedge \chi \equiv \psi \wedge \chi$ mille tahansa lauseelle χ .
2. Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:
a) $\not\models ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet!

3. Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(A(x) \vee B(x)) \rightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x))$$

Prenex-normaalmuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Demotehtävät

4. Tarkastellaan yhtä kirjapinoa, joka on kuvattu kaksipaikkaisen predikaatin $P(x, y) =$ “kirja x on pinossa välittömästi kirjan y päällä”. Viitatkoon vakiot b, c ja d tiettyihin Böllin, Carrin ja Dostojevskin teoksiin.
a) Määrittele kolmipaikkainen predikaatti $V(x, y, z) =$ “kirja y sijaitsee pinossa kirjojen x ja z välissä, joista x on ylempänä kuin y ja z ” predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki yksittäisessä pinossa olevat kirjat.
b) Anna laatimallasi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \cup \{P(b, c), P(c, d)\} \not\models V(d, c, b).$$

5. Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus} [v == x - y].$$