T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet **Kevät 2007**
Laskuharjoitus 9 (predikaattilogiikka 4.1 – 4.5)
3.–4.4.2007, ja 12.4.2007

Harjoitustehtävät

1. Osoita semanttisella taululla.

a) $\models \forall x(P(x) \leftrightarrow \neg Q(x)) \leftrightarrow \neg\exists x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$

b) $\{\forall x\forall y(R(x,y) \rightarrow R(y,x))\} \not\models \forall x R(a,x)$

c) $\{\forall x\neg(A(x) \leftrightarrow B(x)), \forall y A(y) \vee \forall y\neg A(y)\} \models \forall z B(z) \vee \forall z\neg B(z)$

2. Tutki semanttisella taululla.

a) $\models \forall x\exists y R(x,y) \rightarrow (\forall y(\neg S(y) \rightarrow \neg\exists x R(x,y)) \rightarrow \exists x S(x))$

b) $\{\exists x\exists y P(x,y), \forall x\forall y(P(x,y) \rightarrow Q(x,y))\} \models \exists x Q(x,x)$

3. Määritellään predikaatit $Y(x,y)$ (kaupungista x on yhteys kaupunkiin y) ja $L(x,y)$ (kaupungista x on lento kaupunkiin y) seuraavasti:

$$\forall x\forall y(L(x,y) \rightarrow L(y,x))$$
$$\forall x\forall y(L(x,y) \rightarrow Y(x,y))$$
$$\forall x\forall y\forall z(Y(x,y) \wedge L(y,z) \rightarrow Y(x,z))$$

Kirjoita tietokanta, jonka mukaan on olemassa lennot Helsingistä Lontooseen, Rovaniemelle ja New Yorkiin, New Yorkista Pariisiin ja Pietarista Berliiniin. Osoita semanttisella taululla, että on olemassa yhteys Rovaniemeltä New Yorkiin.

Demotehtävät

4. Tutki semanttisella taululla.

a) $\{\forall x\exists y(P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \forall x Q(x)$

b) $\{\forall x\forall y(\exists z(R(x,z) \wedge R(z,y)) \rightarrow R(x,y)), R(a,b), R(b,a)\} \models R(a,a)$

c) $\models \forall x\exists y R(x,y) \rightarrow (\forall y(\neg S(y) \rightarrow \neg\exists x R(x,y)) \rightarrow \exists x S(x))$

5. Tiedetään, että

(i) kaikki syylliset ovat valehtelijoita,

(ii) ainakin yksi syytetyistä on myös todistaja, ja

(iii) yksikään todistaja ei valehtele.

Todista semanttisella taululla, etteivät kaikki syytetyt ole syyllisiä.

6. Tiedetään, että

1) jos tiili on toisen tiilen päällä, se ei ole pöydällä

2) jokainen tiili on pöydällä tai toisen tiilen päällä, ja

3) yksikään tiili ei ole sellaisen tiilen päällä, joka edelleen on jonkun tiilen päällä.

Todista semanttisella taululla, että jos tiili on toisen tiilen päällä, niin jälkimmäisen on oltava pöydällä.