

### Harjoitustehtävät

1. Hae seuraavien lauseiden disjunkttiivinen ja konjunkttiivinen normaalimuoto muunnossääntöjä käyttäen.
  - a)  $\neg((A \rightarrow B) \vee (\neg B \leftrightarrow C))$
  - b)  $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \vee B)$
2. Hae seuraavien lauseiden disjunkttiivinen ja konjunkttiivinen normaalimuoto semanttisen taulun avulla.
  - a)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$
  - b)  $\neg(Q \rightarrow \neg P) \rightarrow ((Q \rightarrow P) \rightarrow \neg Q)$
3. Hae klausuulijoukko lauseelle  $\neg A \vee (B \rightarrow \neg(C \leftrightarrow B))$ . Anna totuusjakelu  $\mathcal{A}$  siten, että se on klausuulijoukon malli.

### Demotehtävät

4. Hae seuraavien lauseiden disjunkttiivinen ja konjunkttiivinen normaalimuoto (1) muunnossääntöjä käyttäen ja (2) semanttisen taulun avulla.
  - a)  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
  - b)  $\neg A \leftrightarrow ((A \vee \neg B) \rightarrow B)$
  - c)  $\neg((A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow C)$
  - d)  $P_1 \wedge P_2 \leftrightarrow (P_1 \rightarrow P_2) \vee (P_2 \rightarrow P_3)$
5. Osoita semanttisella taululla, että konjunkttiivisen/disjunkttiivisen normaalimuodon hakemisessa käytettävät säännöt säilyttävät loogisen ekvivalenssin.
6. Hae KNM:t seuraaville lauseille muunnossäännöillä ja semanttisella taululla.
  - a)  $(P \wedge \neg P) \vee (Q \wedge \neg Q)$
  - b)  $(P_1 \wedge \neg P_1) \vee \dots \vee (P_n \wedge \neg P_n)$

Osoita semanttisella taululla, että a)-kohdassa muodostettu KNM on toteutumaton.

7. Hae lauseelle  $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$  klausuuliesitys.

8. Tarkastellaan klausuulijoukkoa:

$$S = \{ \{A_0, A_1\}, \{\neg A_0, \neg A_1\}, \{A_1, A_2\}, \{\neg A_1, \neg A_2\}, \dots, \\ \{A_{n-1}, A_n\}, \{\neg A_{n-1}, \neg A_n\}, \{A_n, A_0\}, \{\neg A_n, \neg A_0\} \}$$

Anna totuusjako  $\mathcal{A}$  siten, että  $\mathcal{A} \models S$ .

9. Horn-klausuuli on klausuuli, jossa on täsmälleen yksi positiivinen literaali. Olkoon  $\mathcal{A}_1$  ja  $\mathcal{A}_2$  Horn-klausuulien joukon  $S$  malleja. Osoita, että myös  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2$  on  $S$ :n malli.