

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4 (lauselogiikka 4.1 – 5.3)
13.–15.2.2007

Kevät 2007

Ensimmäinen ajankäyttökysely on auki 9.–16.2. osoitteessa

http://www.cs.hut.fi/cgi-bin/teekysely.pl?action=showform&id=T793001-T-79.3001_2007ajankaytto1

Kaikkiin kyselyihin ajallaan vastaamisesta saa kaksi bonus pistettä tenttiin,

<http://www.tcs.hut.fi/Studies/T-79.3001/2007SPR/index.shtml#feedback>.

Harjoitustehtävät

1. Osoita semanttisella taululla seuraavat väitteet:

a) $\models \neg C \rightarrow (\neg A \vee (B \rightarrow \neg(C \leftrightarrow B)))$

b) $\{P \wedge (Q \vee R)\} \models (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

c) $\{Q \rightarrow \neg P, P \rightarrow R\} \models (Q \rightarrow P) \rightarrow \neg Q$

2. Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi totuusjako, jossa se ei ole tosi (vastaesimerkki).

a) $\models (P \vee Q \vee \neg R) \wedge ((\neg R \vee Q \vee P) \rightarrow (R \vee Q) \wedge \neg Q \wedge \neg P)$

b) $\{A \rightarrow B \wedge C, \neg B\} \models \neg A$

c) $\{\neg A \wedge \neg B \leftrightarrow C \vee D, \neg C \wedge \neg D\} \models A \wedge B$

3. Osoita Hilbertin todistusjärjestelmällä (opetusmoniste, kappale 5.1):

$$\{P \rightarrow Q, \neg Q\} \vdash \neg P.$$

Demotehtävät

4. Peircen nuoli määritellään seuraavasti:

$$A \downarrow B \Leftrightarrow_{def} \neg A \wedge \neg B.$$

Määrittele sille semanttisen taulun säännöt.

5. Todista semanttisella taululla seuraavien lauseiden pätevyys.

- a) $A \rightarrow (B \rightarrow B)$,
- b) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$,
- c) $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C)$ ja
- d) $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$.

6. Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi totuusjako, jossa se ei ole tosi (vastaesimerkki).

- a) $\{B \rightarrow A, C \rightarrow B, (C \rightarrow A) \rightarrow D\} \models D$
- b) $\{A \rightarrow C, A \vee B, \neg D \rightarrow \neg B\} \models C \rightarrow D$
- c) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$
- d) $\models (\neg B \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee C))$

7. Palataan insinööri Sörsselssönin laatimiin vaatimuksiin liikennevaloille yksisuuntaisten katujen risteyksessä. Osoita semanttisella taululla, että väite “liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti” seuraa loogisesti laatimastasi lausejoukosta.

8. Osoita Hilbertin ja Suppesin todistusjärjestelmillä (opetusmoniste, kappaleet 5.1 ja 5.2) seuraavat väittämät.

- a) $\vdash P \rightarrow P$
- b) $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \vdash P \rightarrow R$
- c) $\{P, Q \rightarrow (P \rightarrow R)\} \vdash Q \rightarrow R$