T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet **Kevät 2007**
Laskuharjoitus 3 (lauselogiikka 3.6 - 3.8)
6.–8.2.2007

Harjoitustehtävät

1. Osoita, että $\mathrm{Cn}(\mathrm{Cn}(\Sigma)) = \mathrm{Cn}(\Sigma)$ lausejoukolle Σ. (Merkintä $\mathrm{Cn}(\Sigma)$ tarkoittaa Σ:n loogisten seurauksien joukkoa, eli $\mathrm{Cn}(\Sigma) = \{\phi \mid \Sigma \models \phi\}$.)

2. Olkoon Σ lausejoukko ja ϕ lause.

a) Osoita, että jos $\Sigma \models \neg\phi$, niin $\Sigma \cup \{\phi\}$ on toteutumaton.

b) Osoita että seuraava **väite ei päde**: jos $\Sigma \not\models \phi$, niin $\Sigma \models \neg\phi$.

3. Formalisoi seuraava teksti lauselogiikan avulla:

"Jos yksisarvinen on myyttinen, se on kuolematon, mutta jos se ei ole myyttinen, se on kuolevainen nisäkäs. Jos yksisarvinen on joko kuolematon tai nisäkäs, sillä on sarvet. Yksisarvinen on maaginen, jos sillä on sarvet." [Russell and Norvig: Artificial Intelligence: Modern Approach]

Demotehtävät

4. Määrittele Shefferin viiva Peircen nuolen avulla.

5. Osoita, että

a) jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \models \neg\phi$ jollekin lauseelle ϕ, niin lausejoukko Σ on toteutumaton, ja

b) jos lausejoukolla Σ on täsmälleen yksi malli, niin jokaiselle lauseelle ϕ pätee $\Sigma \models \phi$ tai $\Sigma \models \neg\phi$ (muttei molemmat).

6. Osoita seuraavat loogisen seuraavuuden ominaisuudet.

a) $\Sigma \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma)$.

b) Monotonisuus: $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma_1) \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma_2)$.

c) $\Sigma \models \phi \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma) = \mathrm{Cn}(\Sigma \cup \{\phi\})$.

7. Mallinna lauselogiikalla kolmen äänestäjän äänestysjärjestelmää, jonka malleista joko positiivinen (enemmistö jaa-ääniä) tai negatiivinen äänestystulos voidaan lukea. Kuinka malli muuttuu, jos äänestäjiä on neljä ja tasatuloksen sattuessa puheenjohtajan ääni ratkaisee.

8. Matkakorttijärjestelmän kortinlukijan valot toimivat seuraavasti (kotisivun `http://www.ytv.fi/fin/liikenne/matkustajan_opas/matkakortti/` mukaan):

1. Vihreä valo: kausilippu voimassa / arvolippu maksettu / vaihto voimassa.
2. Vihreä ja keltainen valo: kautta jäljellä 3 täyttä päivää tai vähemmän / arvoa jäljellä 5 euroa tai vähemmän.
3. Punainen valo: kausi / vaihto ei voimassa, muu virhe.

Formalisoi annetut lauseet lauselogiikalla ja selvitä, millaisia malleja laatimallasi lausejoukolla on.