T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 4. tammikuuta, 2008

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 $(10p)$

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *disjunktiivinen normaalimuoto*, *täydellinen todistusjärjestelmä* ja *yleisin unifioija*. $(3 \times 2p)$

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \underline{\vee} \psi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\models \phi \underline{\vee} \psi$, niin $\models \neg\phi \underline{\vee} \neg\psi$. $(4p)$

Tehtävä 2 $(10p)$ Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (A \rightarrow B \vee C) \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C \rightarrow \neg A)$

(b) $\{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)), \forall x P(x)\} \models \exists z Q(z)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 $(10p)$ Johda lauseelle

$$\neg \forall x \exists y (\exists z R(y,z) \rightarrow \exists v R(x,v))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 $(10p)$ Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot “”, “a”, “b”, “aa”, “ab”, “ba”, “bb”, ... muuttujattomilla termeillä

$$e,\ a(e),\ b(e),\ a(a(e)),\ a(b(e)),\ b(a(e)),\ b(b(e)),\ \ldots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e, joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa “”, ja yksipaikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(\text{“”})) = a(\text{“}b\text{”}) = \text{“}ab\text{”}$.

(a) Määrittele predikaatti $AB(x)$ = “merkkijono x on muotoa $abab\ldots ab$, missä merkkijono ab toistuu $n \geq 0$ kertaa” predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models AB(b(a(e))).$$

Tehtävä 5 $(10p)$

Selitä, kuinka ehtolauseelle

$$\texttt{if}\,(B)\ \texttt{then}\ \{C_1\}\ \texttt{else}\ \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Divide`:

```
v=0;z=x;while(z>=y){z=z-y;v=v+1}.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Divide}\ [\texttt{v==x/y}],$$

missä `x/y` on osamäärän kokonaisosa jaettaessa `x` `y`:llä.

Vastauspapereissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.