

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *teoreema*, *Herbrand-universumi* ja *substitutioiden kompositio*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\models \phi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\models \phi$ ja $\models \phi \rightarrow \psi$, niin $\models \psi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow B \vee D) \wedge (C \rightarrow D)$
- (b) $\models \exists x(P(x) \rightarrow \forall xP(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall xP(x) \vee \forall yP(y) \rightarrow \forall x\exists y(P(x) \wedge P(y)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Määrittele predikaatit $D(x) = \text{“}x \text{ on kolmella jaollinen”}$ ja $I(x) = \text{“}x \text{ ei ole kolmella jaollinen”}$ predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laitimellesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(D(x) \wedge I(x)).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolauseelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Divide:

$$v = 0 ; z = x ; \text{while}(z \geq y) \{ z = z - y ; v = v + 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Divide} [v == x / y],$$

missä x / y on osamäärän kokonaisosa jaettaessa x y :llä.