**T-79.3001** **Kevät 2006**
**Logiikka tietotekniikassa: perusteet**
**Laskuharjoitus 7 (opetusmoniste, kappaleet 1.1 - 2.2)**
**14. – 17.3.2006**

**1.** Ilmaise seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

a) Jokin porteista on viallinen.

b) Tämä algoritmi on kaikista nopein.

c) Kaikilla kurssin osanottajilla on työasema käytössään.

d) Vain yksi prosesseista voi kirjoittaa kuhunkin tiedostoon kerrallaan.

Mitä muotoa lauseet ovat? Piirrä a)- ja c)-kohtia vastaavat syntaksipuut.

**2.** Poista tarpeettomat sulut, ilman että lauseen merkitys muuttuu.

a) $(\forall y((\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \rightarrow L(y)))$

b) $((\exists x(\exists y(P(x,y) \vee Q(y,x)))) \leftrightarrow (\forall x(\neg K(f(x)))))$

c) $(\forall x(\forall y(A \wedge B)))$

**3.** Olkoon predikaattilogiikan kielessä vakiosymboli $c$, 1-paikkainen funktiosymboli $f$ ja 2-paikkainen funktiosymboli $g$. Millaisia muuttujattomia termejä näistä voidaan muodostaa.

**4.** Luennoilla annettiin menettely binääripuiden esittämiseksi funktiosymbolien avulla. Yleistä konstruktio mielivaltaisille puille käyttämällä korkeintaan kolmea vakio- ja funktiosymbolia.

**5.** Osoita, että jos $\forall x \phi(x)$ on lause ja $t$ on muuttujaton termi, niin $\phi(t)$ on lause.

**6.** Olkoon universumina $\mathbb{N}^2 = \{\langle x,y \rangle | x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$. Valitse vakiosymbolille $c$ ja funktiosymbolille $f \in \mathcal{F}_1$ tulkinnat siten, että koko universumi tulee nimetyksi.

**7.** Graafi muodostuu solmujen joukosta $S$ ja solmujen välisten kaarien $K \subseteq S \times S$ joukosta. Graafin solmuja $s$ ja $s'$ sanotaan vierekkäisiksi, jos niitä yhdistää kaari ($\langle s, s' \rangle \in K$). Olkoon $C$ jokin värien joukko. Graafin *väritysongelmassa* on tarkoituksena löytää graafin solmuille värit joukosta $C$ siten, että kaikilla vierekkäisillä solmuilla on eri värit.

a) Määrittele graafin väritysongelman ratkaisu predikaattilogiikan avulla.

b) Anna edellisen kohdan lausejoukolle malli ja

c) struktuuri, jossa se ei toteudu.