

T-79.3001

Kevät 2006

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 2 (opetusmoniste, lauselogiikka 2.1 - 3.5)

24. - 27.1.2006

1. Määrittele lauselogiikan konnektiivit

- a) aina epätoden lauseen (\perp) ja implikaation (\rightarrow) avulla, ja
- b) Shefferin viivan (opetusmoniste kappale 2.2) avulla.

2. Käy läpi kaikki mahdolliset binäärikonnektiivit (yht. 16) ja anna niille määritelmät lauselogiikan peruskonnektiivien avulla.

3. Olkoon $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{P}$ ja $\mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{P}$ kaksi totuusjakelua ja $\phi \in \mathcal{L}$ lause. Osoita, että jos $\mathcal{A}_1 \cap \text{At}(\phi) = \mathcal{A}_2 \cap \text{At}(\phi)$, niin $\mathcal{A}_1 \models \phi \iff \mathcal{A}_2 \models \phi$.

4. Olkoon $\mathcal{A} = \emptyset$ totuusjakelu. Laske lauseen

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$$

totuusarvo

- a) totuustaulukolla, ja
- b) totuusmääritelmän nojalla.

5. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden yksisuuntaisen kadun risteykseen:

- (i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.
- (ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaisesti.
- (iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.

- a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.
- b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.
- c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli / totuusjakelu, jossa se ei toteudu.

d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?

6. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.

- a) Lause $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ on pätevä.
- b) Lause $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B))$ on toteutumaton.
- c) Lauseet $A \leftrightarrow B$ ja $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.
- d) $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$.



7. Laadi ohjelma, joka generoi syötteenä annetulle lauseelle totuustaulukon.