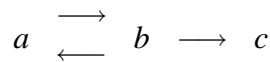


1. *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnattuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \dots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y) =$ “solmusta x on kaari solmuun y ” avulla.

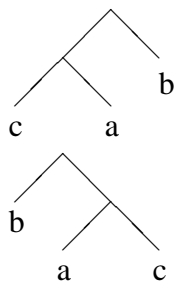
1. Määrittele predikaatit $R_n(x, y) =$ “solmusta x on kaarien suuntainen reitti solmuun y siten, että reitillä on n kappaletta kaaria”, kun n saa arvot $0, 1, 2, \dots, k$. Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia K .



2. Osoita semanttisella taululla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien R_2 ja R_3 määritelmistä seuraa loogisesti

$$\exists x(R_2(x, x) \wedge R_3(x, c)).$$

2. Esitetään binääripuut kaksipaikkaisen funktiosymbolin s (sisäsolmut) ja yksipaikkaisen funktiosymbolin l (lehtisolmut) avulla. Näin oheisen kuvan ylempi puu saa termiesityksen $s(s(l(c), l(a)), l(b))$.



- a) Tarkoittakoon predikaatti $PK(x, y)$, että binääripuu x on binääripuun y peilikuva. Määrittele predikaatti PK predikaattilogiikan lausein siten, että pystyt päättelemään, ovatko mitkä tahansa kaksi yllä annetun esitystavan mukaista binääripuuta toistensa peilikuvia.

- b) Osoita semanttisella taululla, että ylempi binääripuu on alemman binääripuun peilikuva.

3. Kvanttorilla $\exists!x$ tarkoitetaan, että “on olemassa vain yksi x ”. Väittämä $\exists!x\phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x\phi(x)) \wedge (\forall x\forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1. On vain yksi kuuraparta.
2. Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3. Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.
4. On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.