T-79.3001 **Kevät 2006**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 1 (johdanto 3.1 - 3.2, lauselogiikka 1.1 - 1.5)
17.-20.1.2006

1. Osoita induktiolla, että n-alkioisella joukolla on 2^n osajoukkoa.

2. Todista seuraavat väittämät (joukot A, B ja C ovat universumin E osajoukkoja):

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

b) $E - (A \cap B) = (E - A) \cup (E - B)$.

3. Ilmaise seuraavat väittämät lauselogiikalla:

a) En saa työtä valmiiksi, ellet sinä auta.

b) Ei tippa tapa, eikä ämpäriin huku.

c) Kuljen työmatkat jalan, pyörällä tai joskus autolla.

d) Merja ja Arto tulevat meille kylään.

e) Koska olet ollut ilkeä, et saa jälkiruokaa.

f) Vaikka manuaali olikin pitkä, se tuntui loppuvan kesken.

g) Jos minulta kysytään — tai vaikkei kysyttäisikään — niin hänen ei kannata ostaa autoa, tai sitten hänen on asuttava kaukana työpaikastaan ja bensiinin on tultava halvemmaksi.

4. Olkoon atomisten lauseiden joukko $\mathcal{P} = \{A, B, C\}$. Mitkä seuraavista ovat lauselogiikan lauseita. Perustele.

a) A

b) $\neg(A \wedge B))$

c) $(A \wedge (B \rightarrow (A \wedge C)))$

d) Tänään sataa.

5. Todista että sulkujen määrä jokaisessa lauselogiikan lauseessa on parillinen.

6. Poista tarpeettomat sulut ilman, että lauseen merkitys muuttuu.

a) $(A \to ((B \wedge C) \vee D))$

b) $(((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C))$

c) $((A \wedge (B \vee C)) \vee (A \wedge (C \vee D)))$

d) $((\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow ((B \to C) \wedge A))$

e) $(((\neg A) \wedge (\neg B)) \to \neg(A \vee B))$

7. Mitä muotoa edellisen tehtävän lauseet ovat. Anna niille jäsennyspuut.

8. Toteuta lauselogiikan lauseille jäsennin (engl. parser).

a) Olettaen, että sulkuja ei jätetä pois.

b) Kaikkia sulkusääntöjä sovelletaan.

9. Anna allaolevan lauseen alilauseet.

$$(\neg A \to (\neg B \to C)) \to (\neg(\neg A \to B) \to C)$$