Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 5. maaliskuuta, 2007

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 $(10p)$

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *tautologia*, *disjunktiivinen normaalimuoto* ja *Herbrand-kanta*. $(3 \times 2p)$

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\mathcal{A} \models \phi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että kaikille $\mathcal{A}$ ja ϕ pätee $\mathcal{A} \models \phi$ tai $\mathcal{A} \not\models \phi$. $(4p)$

Tehtävä 2 $(10p)$ Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg C \rightarrow A) \rightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))\} \not\models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 $(10p)$ Johda lauseelle

$$\neg(\exists x A(x) \vee \exists x B(x) \rightarrow \exists x(A(x) \vee B(x)))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 $(10p)$ Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Määrittele predikaatit $D(x) =$ "x on kolmella jaollinen" ja $I(x) =$ "x ei ole kolmella jaollinen" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut edellä kuvatulla tavalla esitettynä.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(D(x) \wedge I(x)).$$

Tehtävä 5 $(10p)$

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if}\,(B)\ \texttt{then}\ \{C_1\}\ \texttt{else}\ \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Minus`:

```
v=0;v=v-x;z=y;while(!(z==0)){z=z-1;v=v+1}.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Minus}\ [\texttt{v==y-x}].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.